30916/B

Digitized by the Internet Archive
in 2019 with funding from
Wellcome Library

https://archive.org/details/b30500795

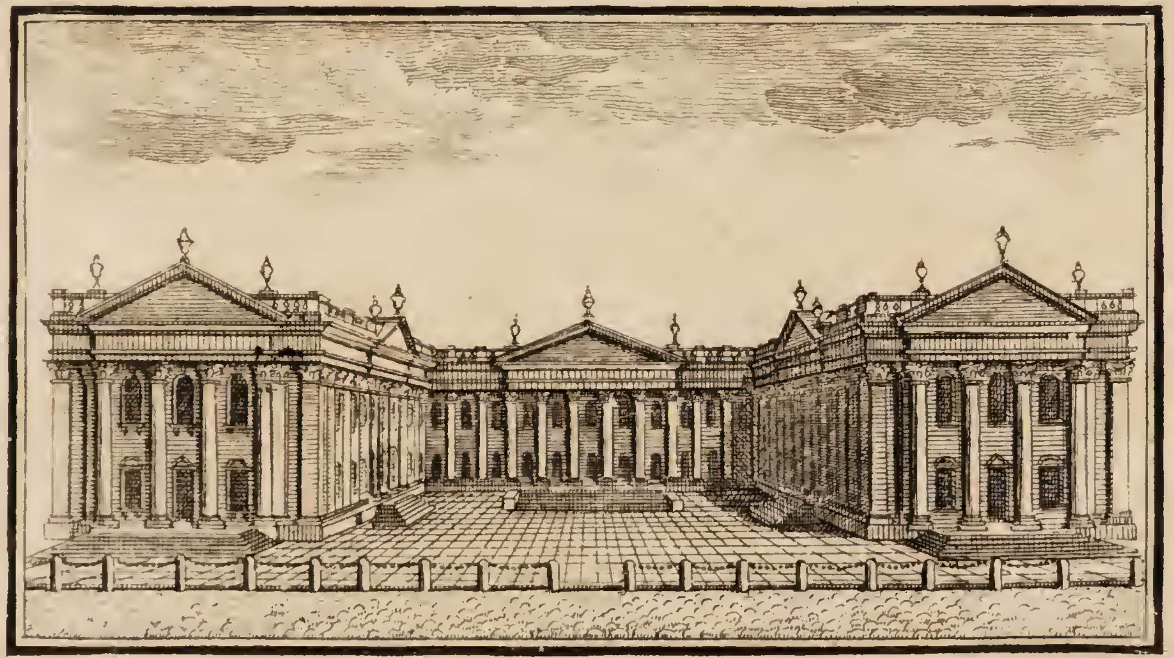
INTRODUCTIO
AD
VERAM PHYSICAM:
SEU
LECTIONES PHYSICAE
Habitae in Schola Naturalis Philoſophiae
Academiae OXONIENSIS, A.D. 1700.

Quibus accedunt

Chriſtiani Hugenii THEOREMATA de Vi Centrifuga
& Motu Circulari demonſtrata.

Per *JO. KEILL* è Coll. Bal. A. M. & Reg. Soc. Socium.

EDITIO SEXTA, *ab aliarum editionum mendis purgata.*



CANTABRIGIAE:
TYPIS ACADEMICIS.
Impenſis *Geo. Strahan* Londini, & *Gul. Thurlbourn* Cantabrigiae,
MDCCXLI.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

Nobliſſimo & Honoratiſſimo

Dno Dno THOMAE

COMITI

PENBROCHIAE

ET

MONTGOMERIAE, &c.

Nobiliſſimi Ordinis Periſcelidis Equiti,

SUMMO

CLASSIUM BRITANNICARUM

PRAEFECTO.

TIBI, Vir Honoratiſſime, Exercitationes haſce deſtinantem, merito me deterreret Dignitatis Tuae ſplendor & amplitudo, niſi illis aditum aperire prae ſe ferret ea,

quam Tu foves & ornas, Philoſophia. Cum enim graviſſimis Reipublicae negotiis, ingenua literarum ſtudia admiſcere ſoleas, eum ad Te haud aegre ſines accedere, qui tantas quidem curas Tuas interpellare minime audet, otio tamen aliquid liberalis oblectamenti offerre magnopere cupit. Hoc enim cum paucis commune habes, ut idem & in literis optime verſatus ſis, & in Republica; idem tam Philoſophorum ſcholis, quam Regum conciliis praeeſſe merearis.

Dum itaque in idoneis conſiliis adhibendis quam ſapiens ſis, Regum ſapientiſſimus; in foederibus ſanciendis quam prudens ſis, univerſa loquitur

Eu-

Europa; quam interim de literis meritus es laudem, ab Academico ne recuſes.

Liceat etiam & nobis, Tibi de noviſſimis Tuis honoribus gratulari, liceat nobis cum patria una gaudere, id Tibi deferri munus, quod non modo virum in rebus gerendis fidum fortemque, ſed reconditiore matheſeos ſcientia optime inſtructum deſiderat. Hiſce ſtudiis ita animum imbuiſti Tuum, ut in Tuis manibus Praefectura Claſſium & Oceani Imperium, hoc eſt, populi *Anglicani* ſalus & tutela tuto poſſit deponi. Dum itaque eo in munere verſaris, ut ejuſmodi literaturae ſepoſitam olim apud Te ſupellectilem reviſere

 denuo,

denuo, & in lucem proferre liceat; ſinas, Vir Nobiliſſime, ut hoſce in re phyſica conatus mathematicis argumentis potiſſimum innixos, ad Te haud importunus deducam, qui quidem quocunque rationis pondere fulciri videantur, ad judicium Tuum non appellant, ſed implorant Patrocinium.

Illuſtriſſimae Meritiſſimaeque

Dignitatis, Nobilitatis,

& Magnitudinis Tuae

Oxoniae,
Feb. 14, 1701.

Obſervantiſſimus Cultor

JO. KEILL.

PRAEFATIO.

QUamvis nunc dierum celebretur Philoſophia Mechanica, et inſignes in hoc aevo obtineat ſui cultores; in plerisque tamen phyſicorum ſcriptis, vix quicquam mechanicae praeter ipſius nomen inveniri poteſt. In cujus locum ſubſtituunt philoſophi corpuſculorum, quae nunquam viderunt, figuras, vias, poros & interſtitia, partium inteſtinum motum, pugnas et conflictus Alkali et Acidi, et quid boni malive exinde oriatur ita ad amuſſim narrant, ut nihil in hiſtoria naturali praeter fidem deſideretur, quoties materiae ſubtilis miracula praedicant; miracula dico, nam illud proculdubio miraculi inſtar eſt, quod contra paſſim notas naturae leges, et ſtabilita mechanicae principia evenit; qualia futura eſſent omnia naturae phaenomena, ſi a materia ſubtili, et methodo operandi a phyſicis tradita, producerentur.

 Ad

Ad ipſam naturam explicandam poſtulata adhibent, quae nec concedi poſſunt, nec intelligi; et quae magis implicata ſunt, quam illa ipſa phaenomena quorum cauſas inveſtigant. Quod ſi ipſis ſua concedantur poſtulata, non tamen exinde orientur effectus iſti, quorum rationes et origines ſe enucleaſſe gloriantur.

Ne vero quiſquam hoc gratis et malevole a nobis dictum ſuſpicetur, Theoriam illam, quam ad explicandam affectionem corporum terreſtrium omnium maxime univerſalem condiderunt examini ſubjiciamus; Gravitatem intelligo, quam ex legibus mechanicis per materiae ſubtilis actionem ſe deduxiſſe maxime jactitant.

Carteſiani gravitatem ab actione materiae coeleſtis oriri volunt, quae in vortice agitata circa terram defertur, et proinde quantum poſſit a terra recedit, et corpora terreſtria minus agitata verſus terram propellit. Vel, ut clarius recentiores mentem ſuam explicant, cum materia aetherea continuos circa terram gyros

gyros perficiat, corporum in circulo moventium ritu, conatum a centro motus recedendi habebit, ideoque corpora terreſtria minorem vim habentia verſus centrum protrudet; ut aqua verſus terram gravitans corpora minoris pro mole ponderis demerſa ſurſum ſeu ad circumferentiam pellit.

Haec, utcunque ſpecioſa prima facie videantur, ſi ad examen revoces, omnibus fere naturae legibus adverſari invenies. Nam primo Carteſiani poſtulant materiam aetheream circa terram in circulis deferri: at qua ratione motus iſte oriatur, aut quo pacto conſervetur, aeque arduum eſſet exponere, ac ipſius gravitatis rationem reddere: qui igitur gravitatem exinde ortum ſuum ducere contendunt, ignotum per ignotius explicare ſuſcipiunt; praeſertim cum non pauca adduci poſſunt argumenta quibus iſtiuſmodi rotatio penitus evertitur. Verum Carteſianis concedamus illud poſtulatum, et videamus utrum exinde ſequatur quod velint Phaenomenon. Cum neceſſe ſit ut vor-

vorticis terram circumrotantis velocitas ad terrae ſuperficiem, ſit aequalis ipſius terrenae rotationis velocitati (nam ſi major eſſet, aliqua motus pars in terram impenderetur, quo fieret ut ipſius velocitas ſemper minueretur et terrae augeretur donec ad aequalitatem pervenirent,) unde ex notis Terrae magnitudine et tempore rotationis, dabitur ſpatium, quod corpus, urgente vi centrifuga materiae coeleſtis, percurrere poteſt, in dato tempore; aequale ſcil. arcus interea deſcripti quadrato ad circuli diametrum applicato. Per Cor. Lem. 2. *ad demonſtrationes Theorematum* Hugenii *de Vi Centrifuga et Motu Circulari. Ex quo principio ſi calculus ineatur, inveniretur ſpatium quod tempore unius ſcrupuli ſecundi, a corpore vi centrifuga aetheris agitato, percurrendum eſt, non excedere unius pedis partem* $\frac{1}{22}$: *ſi igitur mechanice produceretur effectus gravitatis, tempore unius ſcrupuli ſecundi gravia non ultra* $\frac{1}{22}$ *pedis partem deſcenderent; at gravia in motu ſuo deorſum pedes* 15 *in eo tempore per-*

percurrunt; ideoque ſi hoc modo aether gravitatis cauſa eſſet, contra mechanicas leges ageret, efficiendo ut corpus per pedes 15 *in ſcrupulo ſecundo deſcendat.*

Ut hujus objectionis vim effugiant, ſupponunt materiae aethereae vertiginem vertigine terrae multo celeriorem. Quod licet fieri non poſſit, illud tamen ſi denuo iis concedamus, nec inde ſequetur mechanica gravitatis actio. Nam cum materia vorticis ſemper defertur in circulis aequatori parallelis, et virium centrifugarum directiones ſecundum lineas, in planis horum circulorum jacentes, ſemper fiant; oportet ut corpora omnia in hiſce planis deſcendant, et perpendiculariter ad axem, non ad ipſam terram tendant. Si igitur materia ſubtilis mechanice ageret, corpora ad axem recta pelleret; unde, cum ſecundum hos Theoriſtas ad centrum terrae tendere cogit, effectum a veris mechanicae legibus abhorrentem producit.

Ut hanc difficulatem tollant, ulterius ſupponunt materiam aetheream non in

circulis

circulis aequatori parallelis, ſed in magnis ſphaerae circulis deferri: At quo pacto hoc concipi poſſit, plane neſcio; cum enim quivis circulus maximus alios omnes infinitos bis ſecet, oportet ut motus particulae cujuſvis ab aliis infinitis ſecundum diverſas vias pergentibus impediatur, atque tandem motus ejus ſiſtatur, ſi primo in omnes partes aequalis impreſſa fuerit motus quantitas; vel ut ultimo in circulis parallelis omnis deferatur, ſi major fuit ab initio motus verſus unam partem quam aliam. Quin et illud etiam quaeri poteſt, unde fiat ut materia aetherea in ſuperficie ſphaerae extima moveatur; cum vim centrifugam habeat, videtur ipſam debere inde recedere; quid igitur eſt quod ipſam inhibeat? dicunt alia corpora ambientia materiam in extima ſuperficie coarctare et ejus receſſum impedire. Cum autem oporteat ut materia haec alia corpora ipſam ambientia premat, neceſſe eſt ut motum ipſis communicet; et haec corpora aliis ipſa ambientibus motum pariter impriment,

atque

atque ſic in infinitum propagabitur motus materiae ſubtilis, unde neceſſe eſt ut celeritas ipſius paulatim langueſcat.

Aliae quam plurimae difficultates mechanicas haſce gravitatis explicationes urgent, quarum unam ad omnes iſtiuſmodi Theorias ſe extendentem libet proponere. Scilicet, ſi corpus deorſum a materia ſubtili quovis modo pellatur, vis qua pellitur neceſſario erit ut numerus particularum, quibus ſimul agentibus verſus terram truditur: ſed numerus particularum eſt ut corporis ſuperficies; quare erit vis qua corpus deorſum premitur, ut ejuſdem ſuperficies, et non ut ipſius quantitas materiae, quod experientiae contradicit. Nec minus caeteras pleraſque omnes, quas de aliis rebus condunt hypotheſes, ſi ad examen reducantur, naturae legibus repugnantes inveniemus.

Omnes errores ex hoc fonte promanaſſe videntur, quod homines Geometriae ignari philoſophari auſi ſunt, et rerum naturalium cauſas reddere. Quid enim

aliud

aliud praeter hallucinationes ab iis exſpectandum, qui Geometriam, totius phyſicae fundamentum, neglexerunt; et ignotis naturae viribus, per Geometriam tantum aeſtimandis, ipſius tamen operationes, methodo regulis mechanicis minime congrua, explicare ſunt aggreſſi?

Inter hujuſmodi philoſophos Carteſius *agmen ducit, qui etiamſi Geometra fuerit inſignis, ignavo tamen et deſidi ut placeret philoſophantium populo nullum Geometriae uſum in philoſophia adhibuit: et quamvis profiteatur ſe omnia mechanice per materiam et motum explicaturum; philoſophiam tamen excogitavit, quae a veris mechanicae legibus tantum abborret, quantum quae longiſſime. Illius ſectae nomina dant, quicunque recte, hoc eſt, Geometrice philoſophandi laborem refugiunt: magna equidem turba per orbem terrarum longe lateque diffuſa.*

At licet tanta philoſophantium pars umbram philoſophiae non ipſam ſubſtantiam amplexa ſit; non tamen deſunt (nec, ut ſpero, unquam deerunt) qui in veris

veris naturae legibus perſcrutandis, et rerum cauſis per principia mechanica exinde inveſtigandis haud inanem poſuerunt operam.

Inter antiquos phyſicos praecipue eminuit Divinus Archimedes, qui praeter illa Geometrica ſui monumenta, Mechanicae et Staticae principia duobus libris De Aequiponderantibus et De Humido Inſidentibus nobis demonſtrata reliquit. Poſt hunc per longam annorum ſeriem delituit mechanica philoſophia; nec niſi paucis quibuſdam accuratioris ingenii viris exculta eſt. Inter quos Rogerus Bacon Oxonienſis et Hieronymus Cardanus merito nominandi ſunt. Tandem ſub initio ſeculi ultimo elapſi, nobilis ille Lynceus philoſophus Galilaeus, clave Geometrica rurſus reſeratis naturae clauſtris, novam condidit de motu ſcientiam, et methodum monſtravit, qua rerum cauſae mechanicae ſint indagandae. Ejus veſtigiis inſiſtentes, inſignes viri Torricellius et Paſchalius philoſophiam novis ſpeculationibus adauxerunt. Poſtquam

vero

vero a duobus potentiſſimis regibus Societates Londinenſis *et* Pariſienſis *ad philoſophiam excolendam inſtitutae fuerint; miris inventis ampliata eſt rerum naturalium ſcientia, non iis ſolum quae in nuda ſpeculatione verſantur, ſed aliis quamplurimis quae hominum utilitatibus inſerviunt. Arduum eſſet negotium innumera illa recenſere beneficia, quae ex utriuſque ſocietatis laboribus humano generi provenerunt; nec facile eſt oſtendere, quantum debebit omnis poſteritas illuſtris* Hugenii *Geometricis de motu pendulorum demonſtrationibus, aut egregiis nobilis* Boylei *experimentis, quibus ille admiranda plurima retegit naturae arcana.* Walliſii *Geometriam de motu, Opus in ſuo genere perfectiſſimum, grato animo revolvent ſeri nepotes. Non ulterius torquebunt philoſophos fluviorum et ventorum cauſae ab acutiſſimo Geometra* Halleio *in Actis Philoſoph. traditae, ante ipſum fruſtra tentatae.*

Ad aliorum erga rempublicam philoſophicam merita commemoranda pergerem,

rem, niſi circa Newtoni *praeclara inventa non ſubſiſtere nefas ducerem, cujus ſagaciſſimum ingenium plura et abſtruſiora patefecit naturae myſteria, quam ſperare mortalibus fas erat; cumque illius inventa intra anguſtos hujus praefatiunculae limites non ſunt coarctanda, ſufficiat hoc ſolum indicaſſe; quod quaecunque Patres noſtri ab omni temporum memoria de philoſophia mechanica nobis tradiderunt, ea ne ad decimam eorum aſſurgunt partem, quae proprio Marte, per ſummam in Geometria peritiam, adinvenit* Newtonus. *Quam facile autem ad rerum a nobis longe diſſitarum affectiones explicandas, planetarum ſcil. motus, ipſorumque inaequalitates, adhiberi poſſint principia Mechanica, nuper literato orbi innotuit per Elementa Aſtronomiae Phyſicae et Geometricae a* D. Gregorio *Aſtronomiae Profeſſore Saviliano edita: Opus cum Sole et Luna duraturum.*

Cum vero talis ſit philoſophiae mechanicae ſtatus, ut nulla alia ratione quam

 per

per Geometriam aditus ad ipſam pateat; id a me efflagitabant amici mei, ut ipſius principia faciliora, a primis tantum Geometriae Elementis pendentia, et quae exinde fluunt phaenomena, Juventuti Academicae exponenda ſuſciperem; quod etiam a me non iniquo jure poſtulavit Vir Clariſſimus et omni literarum genere ornatus Dominus Thomas Millington *Eques M. D. Philoſophiae Naturalis in hac Academia Profeſſor* Sedleianus, *et Collegii Medicorum apud* Londinenſes *Praeſes, cum me ad munus hoc obeundum in ſcholis publicis ſuffecit. Illius conſilio ſequentes in Academia lectiones habui: in quibus id praecipue mihi curae fuit, ut diſcentium conceptus de generalibus corporum affectionibus rite et diſtincte formarentur; ab obſcuris enim et falſis de rebus ideis, omnes in re phyſica errores originem ducunt; ideoque corporis extenſionem, ſoliditatem, et diviſibilitatem a pleriſque ſatis obſcure traditas, quantum potui, dilucide expoſui: deinde motus naturam et proprietates,*

ab

ab omnibus praeterquam quibuſdam philoſophis ſatis clare concipiendas, explicui, et leges naturae exinde deduxi; vim gravitatis ſeu pondera corporum quantitatibus materiae in iiſdem proportionalia eſſe, et principium quo per machinas magna pondera elevantur oſtendi. Motus deinde leges, et cauſam accelrationis gravium ab iiſdem pendentem; et qua proportione creſcant vel decreſcant ſpatia a gravibus pro variis temporum intervallis percurſa monſtravi. Hiſce ſuccedunt regulae congreſſuum tam in corporibus duris quam elaſticis, et modus quo ictus magnitudo aeſtimanda eſt: quibus adjunxi motuum compoſitiones et reſolutiones, et alia quaedam theoremata, quorum haud exiguus eſt in philoſophia uſus: et, ut ulterius videant philoſophi quouſque ſe extendat in ſcientia rerum naturalium Geometriae etiam elementaris uſus, pulcerrima illa Hugenii *theoremata de Vi Centrifuga et Motu Circulari ex Elementis demonſtravi.*

In

PRAEFATIO.

In tenebris, quibus fortaſſe dignae ſunt, Lectiones hae delituerant, niſi me ignavum nimis ad ipſas edendas excitaſſet Reverendus Dominus Rogerus Mander *S. T. P. Collegii* Balliolenſis *Magiſter, et hujus Academiae Vice-Cancellarius, vir non minus bonarum artium quam morum diſciplinis intentus, cui proinde Lector acceptum referre debet, ſi quid ſequentium lectione profecerit.*

Directions to the Bookbinder.

Tab. I. ——— Pag. 58.	Tab. VII. ——— Pag. 226.
Tab. II. ——— Pag. 130.	Tab. VIII. ——— Pag. 242.
Tab. III. ——— Pag. 156.	Tab. IX. ——— Pag. 256.
Tab. IV. ——— Pag. 186.	Tab. X. ——— Pag. 270.
Tab. V. ——— Pag. 204.	Tab. XI. ——— Pag. 276.
Tab. VI. ——— Pag. 218.	Tab. XII. at the end.

IN-

INTRODUCTIO
AD
VERAM PHYSICAM.

LECTIO I.
De Methodo Philoſophandi.

QUandoquidem Muneris Noſtri inſtitutum poſtulat, ut coram vobis, Academici, corporum naturas, & affectiones explicandas ſuſcipiamus, neceſſarium duximus, priuſquam rem ipſam aggrediamur, quaedam, de Phyſicorum ſectis, principiis, & methodis praefari; eamque rationem exponere, quam amplexuri ſumus in ſcientia corporum naturalium inveſtiganda.

Philoſophorum, qui de rebus Phyſicis ſcripſerunt, quatuor prae caeteris genera inclaruerunt. Primum eſt eorum, qui rerum naturas per numerorum, & figurarum Geometricarum proprietates illuſtrarunt, dicam? an occuluerunt? quales ſcil. fuere Pythagorici & Platonici, quippe qui dogmata ſua temere in profanum vulgus effundere non ſuſtinuerunt, ideoque larvis & Hieroglyphicis ex Geometria

 et

et Arithmetica petitis Phyſicam ſuam velarunt; nec quiſquam eorum diſcipulus, niſi poſt plures exactos probationis annos, ad Veram Phyſicam, atque arcanam illorum Philoſophiam perdiſcendam admiſſus fuit. Quamvis hoc modo ſuae Philoſophiae dignitas conſervata fuerit; peſſime tamen nobis horum Philoſophorum poſteris conſultum eſt; exinde enim adeo larvata, atque tenebris involuta ad noſtras pervenere manus eorum dogmata, ut quales fuerint verae de rebus, atque rerum naturis ſententiae, parum conſtet: quantumvis autem obſcuram accepimus hujus ſectae Philoſophiam, certius tamen ex ea liquet Philoſophos illos Geometriam & Arithmeticam ad ſolvenda naturae phaenomena neceſſarias duxiſſe, atque in hunc finem eas adhibuiſſe.

Secunda Phyſicorum gens a Schola Peripatetica originem duxit; haec ſecta per materiam & formas, privationes, virtutes elementares, qualitates occultas, Sympathias & Antipathias, facultates, attractiones & id genus alia phyſicam ſuam explicavit. Verum, ut opinor, hujus nominis philoſophi non tam rerum cauſas indagaſſe viſi ſunt, quam idonea rebus ipſis impoſuiſſe nomina, atque terminos adinveniſſe, quibus Actiones naturales rite deſignare poſſumus.

Tertium Philoſophantium genus per experimenta procedit: atque in id ſolum incumbit, ut corporis cujuſque proprietates, & actiones omnes, per ſenſuum repraeſentamina nobis innoteſcant,

noteſcant. Hujus ſectae laboribus haud exigua debet philoſophia incrementa; plura fortaſſe exinde receptura, ſi methodi experimentalis ſectatores nullas ſibi ipſis finxiſſent Theorias, ad quas confirmandas experimenta ſua peſſime detorſerunt.

Quarta denique Phyſicorum claſſis Mechanica dici ſolet; & qui huic ſectae nomina dant, omnia naturae phaenomena, per materiam & motum, partium figuram atque texturam, particulas ſubtiles, atque effluviorum actiones, ſe poſſe enodare putant; atque horum operationes ſecundum notas atque ſtabilitas mechanicae leges fieri contendunt.

Ex variis hiſce philoſophandi methodis, uti nulla eſt, in qua omnia placent, ita in omnibus quædam probare poſſumus; quocirca, ut delectus habeatur, oportet, ea eligendo, quae uſui maxime futura ſint, & rationem ex hiſce omnibus compoſitam ſequendo.

Et primo, cum antiquis Pythagoricis & Platonicis, Geometriam & Arithmeticam, tanquam artes ad rite philoſophandum neceſſarias, in auxilium arceſſemus, ſine quibus parum admodum certi de cauſis naturalibus conſtabit. Cum enim omnis actio phyſica a motu dependeat, aut ſaltem non fiat abſque motu, motus quantitas & proportio, corporum motorum magnitudines, figurae, numerus, colliſiones, & vires ad alia corpora movenda, inveſtiganda erunt. Verum haec omnia, niſi ex nota quantitatis & proportionis natura, determinari non poſſunt:

ideoque opus erit iis artibus, quae harum proprietates demonſtrant: & proinde Geometria & Arithmetica neceſſariae ad rite philoſophandum cenſendae ſunt.

Secundo, cum Peripateticis non verebimur uſurpare terminos Qualitatis, Facultatis, Attractionis, & ſimilium; non quod his vocibus veram cauſam ſeu rationem phyſicam, & modum actionis definimus, ſed quia actiones hae poſſunt intendi & remitti; ideoque, cum illa qualitatum proprietate gaudeant, jure poſſunt earum titulo inſigniri; & ſub hoc nomine, virium ſeu intenſionis & remiſſionis rationes expendi poſſunt. *v. g.* poſſumus Gravitatem *Qualitatem* dicere, qua corpora omnia deorſum feruntur, ſive ejus cauſa a virtute corporis centralis oriatur, ſive ſit corporibus innata, ſeu ab actione aetheris vi centrifuga agitati, & altiora petentis procedat; ſive demum alio quocunque producatur modo. Sic etiam corporum conatus ad ſe mutuo accedendi Attractiones vocabimus, qua voce non determinamus actionis iſtius cauſam, ſive fiat ab actione corporum vel ſe mutuo petentium, vel per effluvia emiſſa ſe invicem agitantium, ſeu ab actione aetheris, aut aëris, aut medii cujuſcunque corpora innatantia ad ſe invicem utcunque impellentis; poſſumus, inquam, has actiones illis vocibus denotare. Et, ſi verae illarum cauſae nos lateant, quidni etiam qualitates occultae dici mereantur? eodem ſane jure, quo in aequatione Algebraica incognitas quantitates literis *x* vel *y* deſignamus, & methodo

methodo haud multum abſimili, harum qualitatum intentiones & remiſſiones, quae ex poſitis quibuſcunque conditionibus ſequuntur, inveſtigari poſſunt. Libet hanc rem exemplo illuſtrare.

Utcunque ignota ſit qualitatum natura, utcunque nos lateat operandi modus, poſſumus tamen de earum intenſione & remiſſione ſequens demonſtrare Theorema; ſcil. quod Qualitas ſeu virtus omnis, quae undique a centro per rectas lineas propagatur, remittitur in ratione diſtantiae duplicata.

Sit A punctum, à quo undique diffunditur qualitas quaecunque, ſecundum rectas A B, A C, A D, & caeteras innumeras per totum ſpatium indefinite protenſas: dico intenſionem iſtius qualitatis decreſcere in ratione ejus, qua creſcunt diſtantiae, duplicata; ſeu, quod idem eſt, intenſionem ejus in diſtantia aequali ipſi A B eſſe ad illius intenſionem in diſtantia aequali rectae A E, reciproce in duplicata ratione diſtantiae A E, ad diſtantiam A B: hoc eſt, ut quadratum ipſius A E ad quadratum ipſius A B. Cum, ex hypotheſi, qualitas per rectas lineas undique in orbem propagatur, erit ejus intenſio, in quavis a centro diſtantia, ſpiſſitudini radiorum in ea diſtantia proportionalis; (per radios hic intelligimus vias rectilineas per quas diffunditur qualitas;) at radii, qui ad diſtantiam A B diffunduntur per ſuperficiem ſphaericam B C D H, ad diſtantiam A E per totam ſuperficiem ſphaericam E F G K ſeſe diſpergunt; ſed datorum

radiorum ſpiſſitudines ſunt reciproce ut ſpatia, quae ab iis occupantur; nempe, ſi ſuperficies, EFGK ſit dupla BCDH, erunt radii ad ſuperficiem BCDH duplo confertiores, quam iidem radii ſunt ad ſuperficiem EFGK; &, ſi ſuperficies EFGK ſit tripla ſuperficiei BCDH, erunt quoque radii ad ſuperficiem BCDH triplo denſiores quam iidem radii ſunt ad ſuperficiem EFGK: &, univerſaliter, quamcunque proportionem habet ſuperficies EFGK ad ſuperficiem BCDH, eandem habebit, reciproce, denſitas radiorum ad ſuperficiem BCDH ad denſitatem eorundem ad ſuperficiem EFGK. Sed, ut conſtat ex *Archimedis libris de Sphaera, & Cylindro*, ſuperficies ſphaericae ſunt in duplicata ratione diametrorum, vel ſemidiametrorum; eſt igitur ſpiſſitudo ſeu denſitas radiorum, per quos propagatur qualitas ad diſtantiam aequalem diſtantiae AB, ad eorundem denſitatem in diſtantia aequali AE, reciproce in duplicata ratione ſemidiametri ſeu diſtantiae AE, ad ſemidiametrum ſeu diſtantiam AB; ſed, ut hactenus dictum eſt, intenſio qualitatis, in quavis data diſtantia, eſt ſemper ut ſpiſſitudo radiorum, per quos propagatur in ea diſtantia: quare erit etiam intenſio qualitatis ad diſtantiam aequalem ipſi AB ad ejuſdem intenſionem ad diſtantiam aequalem ipſi AE, reciproce in duplicata ratione diſtantiae AE, ad diſtantiam AB.

Theorema hoc univerſaliter demonſtravimus, quaecunque ſit Qualitatis natura, modo ſecundum rectas lineas agat; atque hinc ſequitur luminis,

minis, caloris, frigoris, odorum, & iſtiuſmodi qualitatum intenſiones eſſe, reciproce, ut quadrata diſtantiarum a puncto, unde procedunt. Hinc etiam comparari inter ſe poſſunt actiones Solis in diverſos Planetas, ſed haec non ſunt praeſentis inſtituti.

Poſt notas virium rationes in datis conditionibus, ſeu ſuppoſitionibus, conferendae ſunt rationes illae cum naturae phaenomenis, ut innoteſcat quaenam virium conditiones ſingulis corporum generibus competant. Verum, ut hoc fiat, plurima in ſubſidium advocanda ſunt experimenta, qualia ſcilicet tertiae ſectae Philoſophi nobis tradiderunt; haud ſine cautela tamen illa adhibenda ſunt, quae non niſi à *Theoriſta* aliquo ad ſuam probandam hypotheſin adducuntur; novimus enim hoc hominum genus, quam impenſe ſuis faveant Theoriis, quam vellent eſſe veras, quam facile vel alios decipiant, vel ſeipſos in experimentis perficiendis decipi patiantur: quae autem ab omnibus afferuntur, quae quotieſcunque tentata ſuccedunt, ea tanquam indubitata, principiorum ſeu axiomatum loco habebimus; ſimpliciſſimis tamen, & monſtratu facillimis plus eſt fidendum, quam magis compoſitis, & exploratu difficilioribus.

Denique, Academici, cum antiquis Atomiſtis, & novae philoſophiae ſectatoribus, experiemur, quæ & qualia phænomena per materiam & motum, & notas atque ſtabilitas Mechanicae leges explicari poſſint.

Ut vero tutius in hoc negotio progrediamur, &, quantum poſſimus, erroris periculum evitemus, ſequentes regulas nobiſmet obſervandas proponimus. Primo, ſecundum Geometrarum methodum Definitiones ad rerum notitiam neceſſariae ponendae ſunt: nolim tamen ut à me exſpectetis definitiones Logicas ex genere & differentia conſtantes, vel eas, quæ intimam rei definitae eſſentiam, & ultimam cauſam prodant, has aliis diſputandas relinquo; ut ingenue fatear ignorantiam, me latent intimae rerum naturae, & cauſae; quicquid mihi de corporibus, eorumque actionibus compertum eſt, illud vel à ſenſibus hauſi, vel ex aliqua eorum proprietate mihi per ſenſus nota, deduxi. Sufficiat ergo, ſi, loco iſtiuſmodi definitionis, quam afferunt Logici, deſcriptionem adhibeamus; qua ſcilicet res deſcripta clare, & diſtincte concipiatur, & ab omni alia diſcernatur. Res igitur per proprietates definiemus, unam aliquam ſimplicem aſſumendo, vel etiam plures, quas experientia rebus ipſis competere certiſſime novimus; atque ex illis alias earundem proprietates methodo geometrica deducemus. Contra hanc regulam peccant plerique Philoſophiae novae magiſtri, qui res definiunt non quidem per proprietates rebus ipſis certo competentes, ſed per eſſentias & naturas, quas ineſſe rebus ſupponunt. Supponunt quidem, at minime interim conſtat an quales illi definiant naturas, rebus ipſis revera inſint. *e. g.* Carteſiani dicunt fluidum eſſe, cujus partes in continuo motu verſantur; verum nec ſenſu, nec expe-

experientia nec ratione proditum eſt, talem eſſe fluidi naturam: imo, quod illi afferunt argumentum ad hypotheſin ſuam ſtabiliendam, hoc ipſum demonſtratione Geometrica evertemus. Volunt enim corporis in fluido moventis minorem eſſe reſiſtentiam, ſi partes fluidi motu inteſtino cientur, quam ſi nullus talis adeſſet fluidi motus; cujus contrarium, cum de fluidorum reſiſtentia agetur, demonſtrabimus.

Quanto rectius philoſophiae Mathematicae ſcriptores, qui ex notiſſima fluidi proprietate illius deſumunt definitionem? Fluidum dicunt eſſe corpus, cujus partes vi cuicunque illatae cedunt, & cedendo facile moventur inter ſe: ex qua definitione pulcerrima condunt theoremata ad uſus humanos maxime accommoda, cum interea philoſophi Carteſiani nihil certum, aut ſolidum, nedum utile, ex ſua protulerunt.

2*do*. In veritate phyſica inveſtiganda, utile erit conditiones ſolum primo poſitas conſiderare, & ab omnibus aliis, interea temporis, abſtrahere. Mens enim humana, finita cum ſit, ſi nimia rerum multitudine implicita diſtrahatur, parum habilis ad Theoremata detegenda reddetur. Hanc regulam obſervant ſcriptores Mechanici in ſpatiis comparandis a duobus mobilibus percurſis: corpora enim mota in illo caſu tanquam puncta conſiderant, ab illorum magnitudine, figura, & colore abſtrahentes, quae longitudinem percurſam nullo modo variant.

3*tio*. Neceſſe erit a ſimpliciſſimis caſibus ordiri, atque, illis ſemel ſtabilitis, exinde ad magis

com-

compoſitos progredi licebit; ſic iidem Mechanici corporum motus in vacuo, ſeu medio non reſiſtente, fieri ſupponunt; atque, motus legibus in illo caſu indagatis, exinde ad medii reſiſtentis leges inveſtigandas procedunt, & quales mutationes a corporibus in eo motis oriri oporteant, deinde contemplantur. Quo vero minus corporum motibus reſiſtit medium, eo minus recedunt corporum in eo medio motorum leges, a legibus prius inventis. Sic etiam in Hydroſtatica, ſupponitur nullam eſſe fluidi tenacitatem, ſeu partium cohaerentiam, ſed eas poſſe minima qualibet vi a ſe invicem divelli; ex qua ſuppoſitione, corporum demerſorum preſſiones, & poſitiones determinantur. Verum fortaſſe nullum eſt in natura fluidum cujus partes omni cohaeſione deſtituuntur, ideoque variatio, ſeu a legibus prius inventis diſcrepantia inveſtiganda erit; &, ſi parva admodum ſit partium cohaerentia, parva erit etiam, & vix ſenſibilis a praedictis legibus diſcrepantia.

Contra hanc methodi legem peccant plerique *Theoriſtae*, qui, primis & ſimplicioribus Mechanicae philoſophiae neglectis, vel non ſatis intellectis principiis, ardua & difficillima problemata ſtatim aggrediuntur; & quo pacto mundus, aut planeta, aut animal fabricari poſſint, temerario auſu oſtendere conantur; quibuſdam in Geometria ſciolis haud abſimiles, qui, cum elementa Geometriae vix primis labiis tetigerunt, Quadraturam circuli, anguli Triſectionem per rectas lineas & circulares, Cubi Duplicationem, & id genus alia, ſtatim adoriuntur. Ita noſtri The-

Theoriſtae, haud bene jactis fundamentis, inſanum exſtruunt aedificium, unde nil mirum erit, ſi tantae molis opus ſtatim collabatur, haud ſine ingenti fabricantium dedecore. At rite philoſophantibus alia tentanda eſt via, alia progrediendum eſt methodo, & quamvis nec mundum, nec terram, nec alium quemvis planetam condituri ſunt, efficere tamen poſſunt, ut philoſophiae mechanicae principia & fundamenta firmiter ſtabiliantur, &, quae exinde conſequi poſſint phaenomena, explicentur.

LECTIO II.

De Corporis ſoliditate, & extenſione.

CORporis definitionem non hic afferemus ex ejus intima natura ſeu eſſentia deſumtam, qualem non ſatis perſpectam habemus; nec fortaſſe ad ejus cognitionem unquam ſumus perventuri: verum ſecundum regulam in priore lectione nobis propoſitam, per notas quaſdam illius proprietates, illud ab omni alio entis genere diſtinguendo, definiemus: Idque *corpus* dicimus *quod extenſum eſt, ſolidum, & mobile.*

Nemo, ut opinor, adeo hebeti eſt ingenio, quin facile percipiat omnis corporis finiti aliquos eſſe terminos, quos ſuperficies vocamus, harumque unam aliquam ab oppoſita diſtare; quin

quin & hujus rurſus ſuperficiei, cum infinita non ſit, dantur extrema, quae lineas dicimus, quarum neceſſe eſt aliquam eſſe a ſe invicem diſtantiam. Etiam & harum linearum erunt aliqui termini, quos puncta nominamus, inter quae denique aliquod intervallum poni oportet: Ex hiſce omnibus diſtantiis ſimul junctis, claram extenſionis in trinam dimenſionem ideam percipimus. Etenim diſtantia inter duas oppoſitas ejuſdem corporis ſuperficies, illius craſſities, ſeu profunditas dicitur; diſtantia inter binas oppoſitas ejuſdem ſuperficiei lineas, latitudo vocatur; & diſtantia inter utramque lineae extremitatem, corporis longitudo nominari poteſt. Nullum eſt corpus, cui trina haec dimenſio non congruat; &, quantulumcunque corpus eſſe ſupponamus, neceſſe tamen erit ut craſſitiem, latitudinem & longitudinem habeat: quod autem in corpore eſt, hiſce omnibus deſtitutum, illud non corpus, ſed punctum eſt, nec ipſa magnitudo, ſed magnitudinis initium aut finis.

Soliditas eſt ea corporis proprietas, per quam omnibus aliis corporibus undequaque prementibus reſiſtit; &, quamdiu aliquem occupat locum, alia corpora omnia, quantacunque cum vi illud urgeant, in eundem intrare prohibet. Sic *v. g.* ſi corpus aliquod intra manus teneatur, quantumvis magna vi prematur, manus tamen ad mutuos contactus pervenire non patietur.

Haec eſt illa proprietas, quam plerique Peripatetici Impenetrabilitatem vocant, qua ſcil. duo corpora non poſſunt eſſe ſimul in eodem loco, vel

vel ſe mutuo penetrare; ego tamen cum illuſtri hujus aetatis Philoſopho, Soliditatem malui appellare. Haec etiam proprietas ita omnibus corporibus eſſentialis videtur, ut nihil aliud in rerum natura ſit, cui ea competere poſſit: etſi enim dantur aliae magnitudinis ſpecies, ſola tamen magnitudo corporea ſoliditatem admittit; reliqua quanta, vel etiam non quanta, ſeu puncta, poſſunt ſeſe mutuo penetrare, uniri, & in eodem eſſe loco: quippe ſi duo globi ſibi mutuo occurrant, in concurſu punctum unius unietur cum puncto alterius, ſeu congruent, vel in eodem erunt ſpatii puncto. Similiter, ſi ſint duo cubi aequales, poteſt eorum unus ſuper alterum imponi, ita ut duae eorum ſuperficies quadratae congruant, latera nempe unius quadrati cum alterius quadrati lateribus coincidant; & anguli unius cum alterius angulis unientur, quae proinde quantitates ſeſe penetrabunt, & in eodem erunt loco, quod ut ipſis contingat corporibus impoſſibile eſt.

Hinc facile perſpicitis, Academici, quam diverſo ſenſu *Soliditatis* vocem uſurpemus, ab eo, qui apud Geometras habeatur, qui ſolida ſeſe mutuo penetrare poſſe, ſupponant; *v. g.* cum demonſtrat Euclides (Elemento undecimo) duo ſolida parallelepipeda ſuper eadem baſi, inter eadem parallela plana conſtituta, eſſe inter ſe aequalia; cum autem duo diverſa parallelepipeda ſic conſtituta ſeſe penetrare neceſſe eſt, liquet Geometras ſua ſolida tanquam penetrabilia ſupponere. Soliditatis igitur vocem, diverſo prorſus

ſus ſenſu accipiunt Geometrae, quam Philoſophi; nec ſua ſolida magnitudini penetrabili opponunt, ſed planis ſeu ſuperficiebus, angulis planis, & lineis; omne enim illud apud eos ſolidum eſt, quod trina dimenſione conſtat.

At alterius generis eſt corporum ſoliditas, quam ut ad corpora ſolummodo pertinere diximus, ita etiam omnibus corporum generibus ineſt, ſive fluida ſint, ſive dura; ſive firma & fixa ſint, ſeu facile mobilia & ictui cedentia; ſeu gravia admodum ſint, ſive parum habeant ponderis, vel ſi omnino levia fuerint; ſi modo talia darentur corpora: non enim minus prohibet duorum quorumvis corporum contactum gutta aquae, vel aëris particula inter duo illa corpora immota manens, quam duriſſimum ferrum aut adamas.

Per hanc denique proprietatem diſtinguitur corpus ab alio extenſionis genere, quod penetrabile concipimus, & *Spatium* vocamus, in quo omnia corpora locari, & moveri cernimus, illud ipſum ut immobile ſpectantes.

Carteſiani, qui corpus per ejus naturam (quam in ſola extenſione conſiſtere volunt) definiunt, nullum agnoſcunt ſpatium ſeu extenſum, quod non ſit corporeum: verum cum nos ſpatii ideam, a corporis idea diſtinctam habemus, vel ſaltem nos habere imaginamur; peccant contra bonae methodi leges, qui corporis naturam ſeu eſſentiam intimam, in aliquo ejus attributo ponunt, quod an illi ſoli competat, non certe conſtat.

At

At dicunt Carteſiani Corporis naturam, in alio nullo illius attributo conſiſtere poſſe, cum nec durities, nec colores, nec pondus, nec figurae, nec ſapores, nec quaelibet iſtiuſmodi qualitatum ſenſum afficientium, illius eſſentiam conſtituere poſſunt. Omnia quippe haec attributa poſſunt a corpore tolli, integra tamen manente corporis natura; ſublata tamen extenſione, ſtatim tolletur Ens corporeum, ideoque in ſola extenſione corporis naturam ſitam eſſe neceſſe eſt.

Hoc eſt ipſius Carteſii argumentum, philoſopho prorſus indignum: nihil enim exinde ſequitur, niſi quod ſenſibiles illae, quas affert, qualitates non ſunt de *Eſſentia* corporis, extenſionem tamen eſſe attributum corpori neceſſarium & *eſſentiale*. At quid inde? poteſtne unum univerſale attributum duabus diverſis rerum ſpeciebus convenire? an neceſſe eſt ut res omnes, quae idem habent attributum, eandem habeant etiam naturam, & eſſentiam? Si verum hoc ſit, nulla erit rerum diſtinctio, nulla diverſitas. Quamvis igitur ſpatium & corpus, unum & idem habeant eſſentiale attributum, utrique commune, ſunt tamen res omnino diverſae; & alia dantur etiam eſſentialia attributa, ſingulis propria, per quae ſatis diſtinguuntur.

In primis, ſupra deſcripta ſoliditas ſolis corporibus propria eſt, & illis omnibus ita eſſentialis, ut ab iis ne vel cogitatione divelli poſſit, quin ſimul ſuſtuleris ipſam, quam aſſumſiſti, corporis ideam; ideoque, ſi in uno aliquo attributo corporis eſſentia, & intima natura ponenda ſit, multo

multo potiore jure hanc ſibi vindicabit ſoliditas, quam extenſio; praeſertim cum aliud videtur eſſe entis genus a corpore diverſum, quod ſpatium dicimus, cui etiam congruit extenſio; ſaltem contrarium non conſtat.

Praeterea, hujus ſpatii ideam à corporis idea omnino diſtinctam habemus; utrumque vindicare videtur attributa, non diverſa ſolum, & ſibi propria, ſed ita contraria, ut impoſſibile ſit, illa tanquam uni & eidem inhaerentia ſubjecto concipere. Corpus nempe, tanquam ſolidum ſeu impenetrabile, mobile & diviſibile apprehendimus, cujus partes disjungi, ſeparari, & ad quamlibet à ſe invicem diſtantiam poni poſſunt. Poteſt unum corpus alteri corpori moventi obſtare; poteſt ipſius motum ſiſtere, vel ſaltem diminuere; poteſt etiam corpus alteri quieſcenti, vel minori cum vi ad eandem, vel contrarias partes moventi, motum ſuum communicare, atque illud ſecum abribere.

E contrario, Spatium concipimus, tanquam illud in quo corpus omne locatur, ſeu ſuum habet *Ubi*; quod omnino penetrabile ſit, omnia in ſe recipiens corpora, nec ullius rei refugiens ingreſſum; quod immobiliter fixum eſt, nullius actionis, formae, ſeu qualitatis capax; cujus partes a ſe invicem ſeparari nulla vi poſſunt, ſed ſpatium ipſum immobile manens, mobilium ſucceſſiones excipit, motuum velocitatem determinat, & rerum diſtantias metitur: haec ſpatii & corporis tam diſſona & repugnantia attributa eidem ſubjecto competere impoſſibile eſt.

Re-

Reſpondebunt forte Carteſiani, ideam illam, qualem nos dedimus ſpatii a corpore diſtincti, imaginariam prorſus eſſe, & chimaericam, cui ſcil. aliquid ſimile, in rerum natura, nulla potentia exiſtere poteſt. Verum contra Carteſianos in promtu eſt demonſtrare, revera dari ſpatium a corpore diſtinctum, vel ſpatium & corpus non eſſe prorſus idem: ſed primo advertendum eſt nos, realem ſpatii, corporis vacui, exiſtentiam, in hoc loco non eſſe evicturos; illud in alia lectione praeſtandum erit; ſufficiet in praeſentia illius poſſibilitatem adſtruere.

Ponamus ergo vas quodcunque, & aëre primo repleatur, deinde exhauriatur intra vas contentus aër, vel per divinam potentiam annihiletur, & omne aliud corpus in illius locum ingredi prohibeatur: quaero jam an in tali rerum conditione, ſpatium futurum ſit a corporibus vacuum? corpus omne, quod in vaſe continebatur, deſtructum eſt; omnis alius corporis ingreſſus prohibetur, & vas ſuam figuram conſervare ſupponitur, certe neceſſarium eſſe videtur, ut Vacuum, ſeu ſpatium, corpore non repletum, detur. Reſpondent Carteſiani hiſce ſuppoſitis, vaſis latera corruitura, & ad ſe invicem neceſſario acceſſura. At cum ſecundum ipſos Carteſianos nullum corpus poteſt ſe ipſum movere, cumque, ex hypotheſi, nullum aliud eſt corpus, quod vaſis latera ad ſe invicem pellat, nullus etiam ſequetur eorum ad ſe invicem acceſſus. Dicent forſan aërem undequaque diffuſum, & vaſis latera circumcirca prementem, iſtius motus cauſam fore. Verum,

 cum

cum preſſio aëris ſit vis finita, talis poteſt eſſe vaſis firmitas, quae iſti preſſioni aequipollere poſſit, ideoque vas ſuam conſervabit figuram: ſed demus illis vaſis latera corruitura, quaero, quodnam corpus in illorum locum ſucceſſurum erit? reſpondebunt, aër; quodnam corpus locum ab eo aëre derelictum poſſidebit? alius, fortaſſe dicent, aër ſucceſſurus erit; at tandem ſubſiſtere oportet, & ad corpus aliquod pervenire neceſſe eſt, in cujus locum nullum aliud corpus ingreditur; abſurdum enim eſt dari progreſſum in infinitum: Vacuum igitur in illo caſu neceſſario dabitur.

Sed & alia invicta demonſtratione ex Geometria petita, ſpatii corporis vacui poſſibilem ſaltem exiſtentiam oſtendemus: ad quod praeſtandum praemittimus duo ſequentia effata, tanquam axiomata a nemine philoſophorum in dubium vocanda. Primum eſt, quod corpus nullum, aut nulla materiae pars, alterius corporis exiſtentia indigeat, ad ſuam exiſtentiam. *v.g.* Poteſt ſphaera exiſtere, ſive aliud quodcunque corpus exiſtat, aut non exiſtat; hoc ex natura ſubſtantiae clare ſequitur. 2*do*. Poteſt corpus aliquod, ſaltem ſi durum ſit, ſuam conſervare figuram, ſi nulla ſint corpora externa, vel nulla agentia, quae ei mutationem inferre conantur. Certe agnoſcendum eſt, Deum poſſe corpus quodlibet in eodem ſtatu, atque ſitu conſervare; &, quaecunque extrinſecus accidant, poteſt nihilominus figura corporis immutata manere,

Cum

Cum igitur ſphaera una, vel etiam plures poſſunt exiſtere, nullis aliis exiſtentibus corporibus; ponamus omnia alia corpora a Deo annihilari, praeter duas ſphaeras; vel potius fingamus omnem materiam mundanam in duas ſphaeras coacervari, quae exponantur per duos circulos, (Tab. 1. fig. 2.) quorum centra ſint A & B, cumque ſupponitur nullum aliud exiſtere corpus, poſſunt corpora illa ſphaerica ſuam conſervare figuram, cum nullum ponitur agens externum, quod figuram ſphaericam deſtruat, vel mutet; duae igitur illae ſphaerae, vel contiguae ſunt, vel disjunctae: disjunctae ſi ſint, erit ſpatium aliquod intermedium, nullo corpore repletum; ideoque omne ſpatium non erit corpus. Si vero ſphaerae ſeſe mutuo tangant; illas ſphaeras in unico puncto ſeſe tangere neceſſe eſt, per demonſtrata in Elementis; inter alia igitur ſphaerarum puncta eſt aliqua diſtantia, hoc eſt, ſpatium aliquod interjacebit. Sumantur enim duo quaecunque, extra contactum, puncta, puta D, & E, ſi inter illa puncta nullum interveniat ſpatium, hoc eſt, nulla diſtantia, ſphaerae illae in iiſdem punctis ſeſe contingent, quod eſt impoſſibile.

Vel ulterius ſic oſtenſive demonſtrari poteſt ſpatium ab omni corpore vacuum. Ponamus duas ſphaeras, in quibus omnis materia mundana cumulari ſupponitur, eſſe aequales; in utraque accommodentur rectae CD, CE, ſemidiametro utriuſvis ſphaerae aequales, jungatur DE; erit haec recta ſemidiametro ſphaerae aequalis: du-

cantur enim AD, BE; &, quia in triangulis aequilateris ACD, BCE, anguli ACD, BCE ſunt utervis duorum rectorum pars tertia, erit angulus DCE duorum rectorum etiam pars tertia, omnes enim anguli ad punctum C conſtituunt duos rectos; unde, cum DC, CE aequales ſunt, erunt anguli CDE, & CED etiam aquales, at ſimul ſumti conficiunt duorum rectorum duas partes tertias; quare utervis erit duorum rectorum una pars tertia, aequiangulum igitur erit triangulum DCE; ideoque erit DE aequalis ſemidiametro utriuſvis ſphaerae, nec in hoc caſu major, vel minor eſſe poteſt. Similiter inter alia quaecunque ſphaerarum puncta, extra contactum ad C, erit diſtantia quaedam ad ſphaerarum diametrum determinabilem habens rationem, ideoque erit inter eas ſphaeras ſpatium certum, & determinatum, nullo corpore repletum; verum in eo ſpatio poteſt admitti corpus, cujus dimenſiones dictis congruunt diſtantiis, quod vero majores habet dimenſiones, nulla potentia poteſt in praedicto ſpatio locari; unde, cum proprietates tales praedicto ſpatio demonſtrative congruant, & (nemine cogitante) poſſit tale ſpatium revera exiſtere; clare ſequitur, contra Carteſianos, ideam, quam de ſpatio habemus, non eſſe Chimaericam, aut imaginariam; quod enim Chimaericum eſt, nullam habere poteſt extra intellectum exiſtentiam.

Statuendum igitur eſt revera eſſe ſpatium ab omni corpore diſtinctum; quod ſit quaſi vas univerſale, intra quod omnia corpora continentur, & moventur. At qualis ſit hujus ſpatii natura, num

num ſit quid poſitivum, actu per ſe extenſum, & reali dimenſione praeditum; ſive ejus extenſio oriatur ex relatione corporum in eo exiſtentium, adeo ut ſit mera capacitas, *ponibilitas*, ſeu *interponibilitas*, ut nonnullis loqui placet, & in eadem entium claſſe ponendum, qua mobilitas, & contiguitas; ſive ſpatium noſtrum ſit ipſa divina immenſitas, quae eſt per omnia, & in omnibus; ſive ſit creatum, aut increatum; finitum, vel infinitum; a Deo dependens, vel independens, hic non diſquiremus; haec omnia metaphyſicis diſputanda relinquimus. Noſtro negotio ſufficiet quaſdam illius proprietates expoſuiſſe, & ejus diſtinctionem, ſeu naturam a corporis natura diverſam adſtruxiſſe, & demonſtraſſe; qui plura velit, philoſophos conſulat.

LECTIO III.

De Magnitudinum Diviſibilitate.

QUamvis, Academici, ſpatium a corpore realiter diſtinctum eſſe plurimis demonſtrari poteſt argumentis; & hactenus quaedam attulimus, quae inſolubilia eſſe videntur; in eo tamen conveniunt ambo, quod extenſio univerſale ſit attributum ad utrumque neceſſario & eſſentialiter pertinens. Prius quam igitur ulterius progrediamur, non a re alienum erit, ge-

neralem quandam extenſionis affectionem, illius nempe Diviſibilitatem exponere.

Haec extenſionis proprietas omni magnitudinis ſpeciei, tam lineis quam ſuperficiebus, tam ſpatio quam corpori competit, & neceſſario ineſt. Per diviſibilitatem autem non hic loci intelligimus actualem partium a ſe invicem ſeparationem, quae motum ſupponit, qualem quidem ſpatii natura non admittit, nec talem ſeparationem demonſtrationes ex Geometria arceſſitae probant; verum noſtra, quam hic evincere conabimur, diviſibilitas eſt ſolum magnitudinis cujuſvis in ſuas partes reſolutio, ſeu earum diſtinctio, & aſſignabilitas. *v. g.* cum docet Euclides, in propoſitione nona Elementi primi, angulum quemvis rectilineum biſariam ſecare, non in ea methodum oſtendit, qua una anguli pars media ab altera divulſa recedat, & ad datam ab ea diſtantiam ponatur; ſed methodum tantum tradit, qua linea ducatur, ita angulum in duos alios angulos dividens, ut qui ab una iſtius lineae parte jacet angulus, aequalis ſit ei, qui ad alteram partem exiſtit: ſic etiam cum, in propoſitione ſequenti, docet rectam quamvis biſecare, docet tantum aſſignare punctum medium datam rectam in duas partes aequales dirimens, quod ſit utriuſque partis communis terminus, ubi, ſcilicet, deſinit una partium aeqalium, & incipit altera. Haec magnitudinis in partes reſolutio ita ei intima, & eſſentialis eſt, ut illud, quod partes non habet, ſcil. punctum, non magnitudo, ſed magnitudinis initium dicatur, vel finis; nec magnitudo quaevis

ex

ex punctis poteſt conflari, licet numero infinitis: omnis vero magnitudo non ex punctis, ſed partibus, aliis nempe ejuſdem generis magnitudinibus, componitur; quarum unaquaeque ex aliis etiam conflatur partibus, & rurſus quaelibet harum partium alias adhuc in ſe continet partes, & ſic in infinitum; nec unquam ad magnitudinem tam parvam pervenire poſſumus, quin adhuc in plures dividi poſſit partes; nullumque datur in quacunque magnitudinis ſpecie abſolute minimum; ſed, quicquid dividitur, dividitur in partes adhuc etiam diviſibiles. Haec ſemper ulterior materiae in partes reſolutio, illius *diviſibilitas in infinitum* a philoſophis nuncupatur; & recte ſane, cum nulla aſſignari poteſt quantitas materiae adeo minuta, & numerus finitus adeo magnus, quin numerus partium eam quantitatem componentium (in quas ſcil. reſolvi poteſt illa quantitas) major fuerit numero illo utcunque magno; nam *illud infinitum vocamus, quod omni finito majus eſt.*

Quoniam autem Infinita haec materiae diviſibilitas rationibus ex Geometria petitis demonſtranda ſit, & cum hodie exſtent quidam Philoſophi, qui Geometriam ex Phyſica exulare cupiunt, eo quod ipſi Divinae illius Scientiae imperiti ſint; & dum inter doctiſſimos haberi ſatagunt, nullum non movent lapidem, quo harum demonſtrationum vim irrito utcunque convellant conatu; neceſſe erit, prius quam argumenta noſtra Geometrica proferamus, eorum vim ſtabilire, & objectionibus quibuſdam reſpondere.

Cum itaque, inter hujus generis philoſophos, emineat Vir Clar. *Joannes Baptiſta Du Hamel*, Philoſophiae *Burgundicae* ſcriptor, libet illius ſententiam ſuper hac re proferre. Dicit igitur Hypotheſes Geometricas nec veras eſſe, nec poſſibiles, cum ſcil. nec puncta, nec lineae, nec ſuperficies, prout a Geometris concipiuntur, vere in rerum natura exiſtant; ideoque demonſtrationes, quae ex his afferuntur, ad res actu exiſtentes applicari non poſſe, cum ſcil. nihil eorum vere exiſtit, niſi in ideis noſtris: jubet igitur Geometras ſibi ſuas ſervare demonſtrationes, nec eas ad phyſicam transferre, quae non lucem, ſed majores huic ſcientiae offundant tenebras.

Miror ego hujus viri, alias doctiſſimi, in hacce re imperitiam; potuit ſane eodem jure ſuppoſitiones etiam quaſcunque phyſicas ſuſtuliſſe, cum hypotheſes Geometricae aeque certae, & aeque poſſibiles ſunt, & reales, ac illae ſunt, quas phyſicas dicit: imo, ſi exiſtat corpus, neceſſario etiam exiſtent vera puncta, verae lineae, & verae ſuperficies, prout a Geometris concipiuntur; quod facile oſtendemus. Nam, ſi detur corpus, illud, cum infinitum non ſit, ſuos habebit terminos, corporis vero termini ſunt ſuperficies, & termini illi nullam habent profunditatem; ſi enim haberent, eo ipſo quod profunditatem haberent, corpora eſſent, haberentque illa corpora alios rurſus terminos, qui ſuperficies eſſent, ideoque eſſet ſuperficiei ſuperficies. Vel igitur ſuperficies illa omni deſtituta eſt profunditate, vel etiam profunditatem habebit: ſi prius, habemus

quod

quod petimus; ſin poſterius, ad aliam rurſus pervenimus ſuperficiem; atque ſic progrederemur in infinitum, quod eſt abſurdum: quare dicendum eſt terminos illos omni profunditate carere, ac proinde verae erunt ſuperficies, & prout a Geometris concipiuntur, abſque profunditate, ſeu quae longitudinem & latitudinem tantum habent, ad ſuam eſſentiam conſtituendam.

Rurſus, cum ſuperficies illa infinita non eſt, ſuis etiam claudetur terminis; termini vero illi lineae dicuntur, quae revera nullam habent latitudinem, alias enim ſuperficies eſſent, & ſuos etiam haberent terminos, quos ſaltem concipere oportet omni latitudine deſtitutos; non enim (ut prius dictum eſt) dari poteſt progreſſus in infinitum, unde ſequitur dari lineas, quae ſunt tantum longae abſque omni latitudine. Eodem prorſus modo, & lineis ſui etiam competunt termini, qui puncta vocantur, quibus nec longitudo, nec latitudo, nec profunditas convenit. Quare, ſi corpus exiſtere ſupponatur, neceſſario tam ſuperficies, quam lineae, & puncta Geometrica, non tantum ut poſſibilia, ſed etiam ut vere exiſtentia, ponentur.

Sed reſpondebunt puncta illa, lineas & ſuperficies non eſſe materialia. Quid inde? quis unquam dixit punctum Mathematicum materiam eſſe? quis ſuperficiem materialem agnoſcit? ſi materialis eſſet, ſuam haberet etiam ſuperficiem, ſive terminum: ſuperficiei autem ſuperficiem quis unquam imaginatus eſt? Verum, etiamſi nec ſuperficies, nec lineae, nec puncta ſunt ipſa

materia,

materia, in ea tamen exiſtunt, vel exiſtere poſſunt, tanquam illius modi, termini, ſeu accidentia; eodem prorſus modo, quo figura non eſt ipſum corpus, ſed ejus tantum affectio, qua corpus ſub datis terminis comprehenditur, habetque haec proprietates reales a corporis proprietatibus omnino diſtinctas.

Sed rurſus objiciunt noſtri ἀγεωμέτρητοι Philoſophi, nullam eſſe in rerum natura ſuperficiem perfecte planam, nullum corpus perfecte ſphaericum, quale ſibi fingunt Geometrae, nec curvam ullam perfecte circularem. At quo pacto hoc illis innotuit? an omnia viderunt, quotquot ſunt in mundo, corpora? & per microſcopia ea contemplati ſunt? dicent fortaſſe, corporum ſuperficies planas, vel ſphaericas eſſe non poſſe, quia in harum figurarum naturis eſt contradictio quaedam, & impoſſibilitas. At, ut contradictionem oſtendant velim; corpus omne aliqua ſaltem figura terminari neceſſe eſt; ſuperficies planae, vel ſphaericae ſunt omnium conceptu facillimae, & ſimpliciſſimae; qualis igitur eſt in illis repugnantia, ut impoſſibile ſit corpus ſub iſtiuſmodi ſuperficiebus comprehendi? credo neminem eſſe, qui Geometriam vel primis labiis tetigerit, quin harum figurarum naturam, & proprietates magis perſpectas habeat, & plures earum affectiones norit, quam omnes iſtiuſmodi Philoſophi intelligunt, vel fortaſſe unquam ſunt intellecturi: at horum nemo talem deprehendit in hiſce figuris repugnantiam; nullus Geometra iſtiuſmodi contradictiones in figurarum naturis unquam ſuſpicatus

picatus eſt; e contrario, harum poſſibilitatem evincunt tot pulcrae earum proprietates a Geometris detectae, atque demonſtratae; nam rei impoſſibilis nulla eſt vera proprietas, nulla demonſtratio. Reſtat igitur, ut has figuras tanquam poſſibiles agnoſcant; &, ſi poſſibiles ſunt, poteſt Deus corpora, iſtiuſmodi ſuperficies habentia, e materia formare; ponamus igitur duo corpora, quorum unum planis, alterum ſphaerica terminatur ſuperficie; ſi igitur corpus ſphaericum ſuper plano conſtituatur, illud vere continget: at continget in unico tantum, & indiviſibili puncto, ſeu in puncto quod partes non habet (per Cor. prop. 2. El. 3^{tii}.) & proinde erit in illo caſu verum punctum. Sed ulterius, ponamus corpus ſphaericum ſuper planam ſuperficiem moveri, ſeu progredi abſque omni circa axem aliquem rotatione, ita ſcil. ut punctum ſphaerae planum contingens ſemper in eodem plano inveniatur, eritque via, quam punctum illud motu ſuo deſcribit, linea vere mathematica abſque omni latitudine; &, ſi quidem ſit via breviſſima inter duo quaelibet puncta in illo plano, orietur ex motu illo linea recta, ſin alias, curva, vel ex pluribus rectis compoſita, vel partim ex his, partim ex illis conflata. Puncta igitur, lineae, & ſuperficies, prout a Geometris concipiuntur, vel finguntur, ſunt poſſibilia, quod oſtendi oportebat. Aliis etiam innumeris modis poteſt eorum poſſibilitas demonſtrari, verum piget hiſce ineptiis diutius immorari. Hoc tantum libet admonere, quod inter duo quaelibet duorum corporum

puncta

puncta erit diſtantia data, et determinata; *v. g.* inter ſolis & ſtellae fixae centra, eſt determinata diſtantia, quae per rectam lineam menſuratur duo illa puncta interjacentem; quae erit omnium linearum, quae a puncto uno ad alterum duci poſſunt, breviſſima, & minimo tempore data velocitate peragranda; haec inquam diſtantia eadem manet, qualiſcunque futura ſit corporis intermedii figura, ſive planis claudatur, ſive ſphaericis contineatur ſuperficiebus, ſive demum abſit omne corpus medium, & nihil interſit praeter ſpatium; eadem manebit linea magnitudine & poſitione, quamdiu corporum centra immota manent.

Stabilitis jam principiis, ad propoſitum redeo, ut ſcil. demonſtretur extenſionem omnem, tam corpoream, quam incorpoream, in infinitum eſſe diviſibilem, ſeu partes habere numero infinitas; quod pluribus invictis rationibus probare conabimur. Prima ſit haec; Exponatur linea quaevis A B (Tab. 1. fig. 3.) dico illam diviſibilem eſſe in partes numero omni finito numero dato majores.

Ducatur per A recta quaevis A C, & huic per punctum B parallela ducatur B D, & in A C capiatur punctum quodvis C; Si igitur recta A B non eſt diviſibilis in infinitum partium numerum, diviſibilis tantum erit in numerum partium finitum; ſit ille numerus qualiſcunque *v. g.* ſenarius: in linea B D ad partes puncto C oppoſitas capiantur quotcunque puncta plura quam ſex *v. g.* puncta E, F, G, H, I, K, L, & ducantur (per poſtulatum primum *Euclidis*) C E, C F, C G, C H,

CH, CI, CK, CL: hae ductae divident rectam AB in tot partes, quot ſunt rectae: ſi enim non divident, tum plures rectae in uno aliquo puncto rectam AB interſecabunt; ſed omnes ſe interſecant in communi puncto C, quare duae aliquae rectae ſeſe bis ſecabunt, & proinde vel ſpatium comprehendent, vel habebunt idem ſegmentum commune: quorum utrumque eſt contra axiomata in Elementis poſita. Dividitur igitur AB in tot partes diverſas, quot ſunt rectae, ſed tot ſunt rectae, quot puncta in recta BD ſumta fuere: quare, cum ſumta fuere plura puncta quam ſex, erit linea AB in plures partes quam ſex diviſibilis. Eodem modo, quantumvis magnus ponatur numerus, oſtendi poteſt lineam AB eſſe diviſibilem in partes numero majores illo numero, majorem ſcil. aſſumendo in recta BD punctorum numerum: quod facile fieri poteſt, cum nullus ſit numerus finitus ita magnus, quin major ſumi poſſit, idque in data quavis ratione majoris inaequalitatis, atque ducendo rectas a puncto C ad puncta in recta BD aſſumta; hae quippe rectae rectam AB divident in tot partes, quot ſunt rectae, ideoque in plures partes quam numerus primo poſitus (utcunque magnus ſit) conſtat unitatibus; erit itaque recta AB diviſibilis in plures partes quam per ullum numerum finitum exprimi poteſt, ideoque erit diviſibilis in infinitum: Q. E. D.

Argumentum ſecundum. Exponatur recta quaecunque AB (Tab. 1. fig. 4.) dico illam, diviſibilem eſſe in infinitas numero partes; ſi enim

non

non eſt diviſibilis in partes numero infinitas, diviſibilis erit in partes numero finitas; ſit ille numerus quivis *v. g.* quinarius; ducatur recta quaevis A K, angulum utcunque cum A B continens, in eaque, quantum opus eſt, producta, capiantur quot volueris puncta, plura quam quinque, ſint *v. g.* C, D, E, F, G, H, K; jungatur K B, perque puncta C, D, E, F, G, H ducantur rectae, ipſi K B parallelae, divident hae neceſſario rectam A B in tot partes, quot ſunt rectae: ſi enim non dividant, ergo plures rectae in uno puncto concurrent; at non concurrent, cum parallelae ponuntur, quare unaquaeque recta in diverſo puncto rectam A B interſecabit, & omnes in tot partes rectam A B divident, quot ſunt rectae parallelae ductae. At ductae ſunt plures quam quinque, ergo diviſa erit recta A B in plures partes quam quinque: Idem de alio quovis numero dicendum erit. Quare nullus eſt numerus tam magnus, quin numerus partium, in quas recta A B eſt diviſibilis, fuerit illo numero major, ideoque recta A B eſt diviſibilis in infinitum.

3tio. Si quantitas non eſt diviſibilis in infinitum, diviſibilis erit in partes ulterius non diviſibiles; at nulla eſt pars, quae ulterius dividi non poteſt: quia nulla datur quantitas tam parva, quin adhuc minor accipi poſſit, idque in data ratione minoris inaequalitatis. Sit enim recta A B, (Tab. 1. fig. 5.) & ejus pars, quantumvis parva, ſit A C, dico ipſa A C minorem lineam accipi poſſe, in ratione quacunque minoris

noris inaequalitatis, *v. g.* ut unum ad tria. Ducatur a puncto A recta quaevis A D, inque ea accipiantur rectae AE, EF, FG aequales; jungatur G C, & per E agatur E H, ipſi G C parallela, erit recta A H ipſius A C pars tertia: demonſtratio conſtat ex *nona propoſitione Elementi ſexti.* Ideoque recta A C non erit minima quae accipi poteſt. Idem de alia quavis recta demonſtrari poteſt, ac proinde nulla eſt in natura quantitas minima.

Praeterea, ſi quantitas ex indiviſibilibus componeretur, multa exinde ſequerentur abſurda; ſint enim *v. g.* duo circuli A B C D, E F G H (Tab. 1. fig. 6.) concentrici, dividaturque circumferentia major in partes ſuas indiviſibiles, & ducantur a centro Q ad ſingulas haſce partes rectae, Q O M, Q P N, quae circumferentiam utramque in aequales numero partes divident, & circumferentia major A B C D in partes ſuas minimas diviſa erit; quare & circumferentia minor E F G H tot partibus minimis ſeu indiviſibilibus conſtabit, quot conſtat A B C D circumferentia: Ideoque cum indiviſibile indiviſibili aequale ſit, erit circumferentia E F G H aequalis circumferentiae A B C D, minor majori, quod fieri non poteſt.

Ultimo, ex hac quantitatis ex indiviſibilibus compoſitione ſequitur nullas dari magnitudines incommenſurabiles, contra quod a Geometris paſſim demonſtratur. Nam, ſi magnitudo omnis ex indiviſibilibus conſtaret, indiviſibile illud eſſet omnium magnitudinum ejuſdem generis ad-

adaequata; & communis menſura, in omnibus enim aliquoties exacte continebitur: ideoque omnes magnitudines communem menſuram habebunt, & latus quadrati illius diagonio eſſet commenſurabile: contra *ultimam propoſitionem Elementi decimi*.

Innumerae aliae poſſunt adduci demonſtrationes, quibus *Continui* infinita diviſibilitas oſtendatur, & indiviſibilium hypotheſis funditus evertatur. Sed quid opus eſt pluribus? cum hactenus allata argumenta non minorem habeant vim ad aſſenſum cogendum, quam demonſtratio quaevis in Elementis Euclidis; imo impoſſibile eſt ut ea convellantur, quin ſimul Geometriae fundamenta corruant; quae tamen nulla unquam aetas, nulla Philoſophorum haereſis labefactare poterit.

Ut igitur argumentorum vim devitent Philoſophi, diſtinguunt inter corpus Mathematicum, & corpus Phyſicum; Corpus ſcil. Mathematicum diviſibile eſſe in infinitum, demonſtrationum vi coacti, lubenter agnoſcunt; at Corpus Phyſicum in partes ulterius diviſibiles ſemper reſolvi poſſe negant. Sed quid quaeſo eſt corpus mathematicum niſi quiddam in trinam dimenſionem extenſum? nonne corpori mathematico competit diviſibilitas eo quod extenſum eſt? at eodem etiam modo extenditur corpus phyſicum; quare, cum diviſibilitas ab ipſius extenſionis natura & eſſentia dependeat, & inde ortum ſuum trahat, illam omnibus extenſis tam Phyſicis, quam Mathematicis convenire

nire neceſſe erit: ut enim Logicorum phraſi utar, quicquid praedicatur de genere, praedicatur de omnibus ſpeciebus ſub eo genere contentis.

Eſt & alia apud Philoſophos haud abſimilis diſtinctio, qua corpus quodvis *mathematice* diviſibile eſſe in infinitum concedunt, diviſibile autem eſſe *phyſice* negant. Si ullus ſit horum verborum ſenſus, hic erit: corpus eſſe *Mathematice*, hoc eſt, realiter & demonſtrative diviſibile in infinitum concedunt, *Phyſice* autem, ſeu ſecundum falſam ſuam hypotheſin negant; atque ſic habebunt diſtinctionem, contra quam nihil urgeri poteſt.

Quoniam Philoſophi, contra quos diſputamus, demonſtrationibus Geometricis non ſatis aſſueti ſunt, & proinde earum evidentiam non facile perſpiciunt, prius quam huic lectioni finem imponamus, libet unum argumentum Phyſicum ex motu petitum, pro infinita *Continui* diviſibilitate proferre; ſcil. ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, ſequeretur omnes motus aequiveloces fore, nec minus in eodem tempore conficiet ſpatium ſegniſſima teſtudo, quam πόδας ὠκὺς Achilles. Ponamus enim Achillem velociſſime curſurum, & teſtudinem ſegniſſime repturam; ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, non poteſt teſtudo in aliquo dato tempore minus conficere ſpatium quam Achilles. Nam ſi Achilles, in uno temporis inſtanti indiviſibile pertranſit ſpatium, non poteſt teſtudo minus ſpatium in eodem temporis momento tranſire, quia ex hypotheſi non datur

minus (indiviſibile enim alio indiviſibili minus non erit) ergo pertranſibit aequale. Idem de alio quovis temporis momento dicendum eſt: ergo ſemper ab utroque percurrentur ſpatia aequalia; & proinde Achilles velociſſimus non plus conficiet ſpatii quam teſtudo lentiſſima; quod eſt abſurdum. Alia ejuſdem generis abſurda ex eadem indiviſibilium hypotheſi deduci poſſunt; verum quae dicta ſunt ſufficiant.

LECTIO IV.

In qua reſpondetur objectionibus contra materiae diviſibilitatem afferri ſolitis.

HActenus, Academici, argumenta expoſuimus, quibus continuam materiae in infinitas numero partes diviſionem clare ſatis demonſtravimus; reſtat ut objectionibus, ſeu Philoſophorum argutiis reſpondeamus. Sunt enim Philoſophi haud pauci, qui neſcio qua idearum obſcuritate laborantes, & demonſtrationum, quas attulimus, evidentiam non ſatis perſpicientes, contra rem tam manifeſte veram argumenta ſua proferre non audeant tantum, verum & confidant ſpecioſo demonſtrationum titulo ea inſignire. At ego, qui plures illorum evolvi libros, nunquam incidi in quicquam ab iis de hacce re ſcriptum, quod rationis quidem ſpeciem

em haberet; adeo equidem ſunt demonſtrationibus deſtituti, ut ne minimam demonſtrationis umbram in iis quiſquam Geometra, etſi Lynceis donatus fuerit oculis, perſpicere queat. Fateor tamen eſſe aliquid in natura infiniti, quod humano intellectui haud adaequate comprehenſibile eſſe videtur; ideoque non mirum erit, ſi ex ea quaedam ſequuntur, quae hominum mentes, denſa caligine involutae, concipere non poſſunt: & ſpeciatim in hac, quam nunc proſequimur, quaeſtione multa ſunt, quae quibuſdam Philoſophis, hiſce rebus minus aſſuetis, paradoxa & incredibilia videntur: nihil tamen exinde ſequitur, quod vel contradictionem implicat, vel cuivis axiomati aut demonſtrationi repugnat. Sed videamus, quas afferunt Philoſophi Atomiſtae, argutias. Prima eſt ea Epicuri; ſi continuum diviſibile eſſet in infinitum, contineret infinitas numero partes, ideoque finitum contineret infinitum, quod eſt abſurdum. At rogo ut terminos ſuos explicent, & dicant quid per has voces intelligunt, *infinitum non poſſe contineri in finito*; ſi dicant infinitam magnitudinem non poſſe in magnitudine finita contineri, hoc lubenter concedam; at hujus contrarium non ſequitur ex ea, quam propoſuimus, doctrina; nec unquam illud neceſſaria conſequentia exinde deducere poſſunt. Si dicant partes numero infinitas, etſi infinite exiguas, non poſſe finita magnitudine contineri, hoc illud ipſum eſt quod iis probandum incumbit. Non, ut opinor, dicent ipſis abſque

ratione credendum eſſe; nec illud, tanquam propoſitionem per ſe claram, inter axiomata reponent, cujus contrarium tot validis rationibus demonſtrari poteſt. Urgeant itaque partes numero infinitas infinitam magnitudinem componere; ſed hoc rurſus eſt Principium petere; illud enim ipſum eſt de quo diſputamus, utrum ſcil. finita magnitudo poſſit habere partes numero infinitas. Certum enim eſt, quotcunque partes habeat, ſive finitas, ſive infinitas, eas ſuo toti aequari; ſicut enim decem partes decimae unitatis efficiunt unitatem, centum centeſimae unitatis partes ſimul ſumtae etiam unitatem component, et mille partium milleſimarum in unum collectarum ſumma toto non major erit; ita etiam partes infinitae infiniteſimae alicujus magnitudinis ipſam magnitudinem adaequant. Vel ſic; ſit linea A B (Tab. 1. fig. 7.) diviſa in partes centum; erunt omnes hae ſimul ſumtae ipſi A B aequales: & eodem modo, ſi recta A B dividi intelligatur in mille partes, harum partium mille ſimul ſumtae magnitudinem nec majorem, nec minorem ipſa A B component. Vel etiam, ſi divideretur recta A B in milliones partes, hae rurſus ſimul ſumtae toti A B erunt aequales; & Univerſaliter, ſi ſint duae magnitudines A B & C, habeatque C eandem rationem ad A B, quam habet unitas ad numerum quemvis N, erit quantitas C per numerum N multiplicata ipſi A B aequalis. Cum enim quantitates C, A B, unitas, & numerus N ſint proportionales, erunt extremae

in

in ſe invicem ductae mediis in ſe invicem ductis aequales; at cum AB per unitatem multiplicata ipſi AB eſt aequalis (unitas enim nec multiplicat, nec dividit) erit quantitas C per N numerum multiplicata ipſi AB aequalis: quantumvis igitur magnus ſive parvus ſit numerus N, hic multiplicans quantitatem C faciet ſemper productum ipſi AB aequalem, modo C talis ſit quantitas ut ad AB eandem habeat proportionem, quam habet unitas ad dictum numerum N. Ideoque ſi N ſit numerus infinitus, & C pars rectae AB infiniteſima, hoc eſt, eandem habeat quantitas C rationem ad AB, quam habet unitas ad numerum infinitum N, eſt etiam quantitas C per numerum infinitum N multiplicata, hoc eſt, infinities ſumta, quantitati AB aequalis, nec ea major ſicut nec minor eſſe poteſt. Si igitur partium magnitudo eadem ratione diminuatur, qua earum numerus augetur, totum ex hiſce omnibus partibus conflatum idem manebit; nec aeſtimanda eſt quantitas aliqua ex partium numero, ſed ex earum numero & magnitudine conjunctim; ideoque, ſi partes infinite parvae ſint, neceſſe erit ut earum multitudo ſit infinite magna, prius quam quantitatem quamvis dabilem exſuperare poſſint. Sed praeterea, plura poſſumus proferre exempla tam ex Arithmetica, quam ex Geometria, ubi, ipſis fatentibus adverſariis, partium numerus erit infinitus, at ipſa magnitudo ex partibus iſtis infinitis compoſita finita erit. Sit primum exemplum, ſeries infinita

numerorum in ratione quavis decreſcentium, quae finito adaequatur numero, *v. g.* $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}$ &c. hujus ſeriei in infinitum continuatae ſumma erit unitati aequalis; at cum in infinitum extenditur ſeries, erunt ejus termini numero infiniti; quare in hoc caſu partes quantitatis numero infinitae finitam efficiunt quantitatem. Similiter & hujus ſeriei ſumma $\frac{1}{3}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{27}\ \frac{1}{81}$ &c. cum in infinitum continuatur aequalis erit parti uni ſecundae, ſeu unitatis dimidio, ut in Arithmetica demonſtratur; at nemo negabit ſeriem hanc in infinitum continuatam infinitas partes habere; quare poſſunt dari partes quantitatis numero infinitae, quae tamen unitatis partem dimidiam non exſuperant. Similiter in Geometria notum eſt, ſpatium poſſe dari infinite longum, quod tamen ſpatio finito perfecte adaequatur; hoc enim infinitis fere exemplis demonſtraverunt Clariſſimi Geometrae *Torricellius*, *Walliſius*, *Barovius*, & alii, ex quibus libet exempla quaedam proferre. Et primo ſit Curva ABCD (Tab. 1. fig. 8.) talis naturae ut ſi ſumtae fuerint in Aſymptoto EH rectae EF, FG, GH aequales, ſeu poſitis rectis EF, EG, EH in proportione Arithmetica, & ad puncta E, F, G, H, ordinatim applicentur rectae AE, BF, CG, DH; ſint ordinatae hae in proportione Geometrica: Curva ABCD dicitur Curva Logarithmica, & ſpatium interminabile inter Aſymptoton & Curvam infinite productas contentum, aequale erit ſpatio finito, ut a Clariſſimo *Barovio* in Lectionibus Geometricis demonſtratur; ex qua poteſt colligi

colligi ſupra nominata proprietas numerorum in proportione quavis Geometrica decreſcentium. Sed ut hoc ad propoſitum noſtrum applicemus; nemo non agnoſcet in ſpatio interminabili H G F E A B C D, quod infinite longum eſt, eſſe partes numero infinitas; at omnes illas ſpatii partes eſſe ſpatio finito aequales demonſtrant Geometrae; quare ſunt aliquae partes ſpatii numero infinitae, quae non ſpatium infinitum ſed finitum conficere poſſunt. Eodem modo, in Hyperbolis omnibus, Apolloniana excepta, erit area inter Curvam & Aſymptoton infinite protenſas perfecte quadrabilis, & areae finitae aequalis: ſed in areis hiſce omnibus ſunt partes numero infinitae, quare erunt partes numero infinitae aequales quantitati finitae. Praeterea, in Hyperbola Apolloniana C A B (Tab. 1. fig. 9.) etſi area interminabilis inter Curvam A B & Aſymptoton E F in infinitum protenſas contenta, ſit area infinita, ſeu qualibet finita major; ſi tamen area illa infinita circa Aſymptoton ſuam revolvatur, generabitur ſolidum ſeu corpus vere infinite longum, quod tamen aequale erit ſolido ſeu corpori finito; ut elegantiſſime a *Torricellio* demonſtratum eſt, qui ſolidum hoc *Hyperbolicum acutum* nominavit; at in hoc ſolido ſunt partes numero infinitae, cum ſcil. infinite longum eſt; ergo partes corporis numero infinitae finitum component corpus. Alia innumera proferre poſſumus hujus rei exempla, ſed diutius fortaſſe, quam par eſt, huic objectioni refellendae immorati ſumus.

C 4 *2do.*

2*do*. Objiciunt Atomiſtae; ſi quantitas omnis eſt diviſibilis in infinitum, magnitudo quaevis minima aequabitur maximae, cum ſcil. tot partes habet minima quot maxima. Qualis, quaeſo, eſt haec conſequentia? an, quia ulna Anglicana dividi poteſt in centum partes, & pes Anglicanus etiam dividi poteſt in centum partes, ideo ſequitur pedem ulnae aequari? at ovum ovo non ſimilius invenietur, quam eſt haec argumentatio illorum objectioni; quae falſiſſimae innititur hypotheſi, qua magnitudines volunt ſolum per partium numerum, non item per earum quantitates eſſe menſurandas.

Ulterius objiciunt; ſi pes dividatur in infinitas partes aequales, & ulna etiam ita dividatur, ut pars unaquaeque ulnae ſit aequalis parti cuivis pedis, erit numerus partium in ulna triplus numeri partium in pede; unde, cum numerus partium in pede ſit infinitus, erit numerus partium in ulna iſtius numeri infiniti triplus, & inde daretur infinitum infinito triplo majus. At unde notum eſt illis hoc eſſe abſurdum? an contradicit axiomati alicui vulgo recepto? nequaquam mehercule; nullum enim eſt axioma, quod omnia infinita aequalia ponit. Nec infiniti naturae repugnat, ut ab alio infinito ſuperetur; nam ſi detur infinitum, infinita *v. g.* linea, erunt in ea infinita milliaria, plura ſtadia, & multo plures pedes; ſic in ſpatio, quod undique extenſum imaginamur, ſi duae lineae parallelae in infinitum producantur, erit area ab hiſce rectis comprehenſa revera area infinita, eo quod omnem aream finitam ſeu undique clauſam ſuperat; erunt

igitur

igitur in ea infinita jugera, plures perticae quadratae, & multo plures pedes quadrati; rurſus, ſi intra has lineas ducatur recta utrivis earum parallela, dividet haec linea priorem aream in duas areas etiam infinitas; quae igitur ſimul ſumtae priori infinito adaequantur. Non igitur naturae infiniti repugnat, illud poſſe ab alio infinito excedi, per aliud multiplicari, & in alia etiamnum infinita dividi; haec, inquam, nullo modo repugnant, ſed ex ipſius rei natura facillime ſequuntur; imo nemo eſt, qui infinitum ſpatium concedit, quin ſimul agnoſcere cogatur iſtius ſpatii in alia infinita diviſibilitatem.

Aliud petunt argumentum contra infinitam materiae diviſibilitatem ex Omnipotentia divina. Dicunt enim Deum poſſe continuum quodvis in partes ſuas infiniteſimas reſolvere, atque partes haſce a ſe invicem ſeparare; ſed, ſi hoc fiat, daretur pars ultima, & diviſibilitas continui tandem exhauriretur, ergo continuum non in infinitum ſectile eſt. Reſpondeo proculdubio Deum poſſe quicquid eſt poſſibile, aut quod immutabili ipſius naturae non repugnat; at cum hactenus demonſtravimus nullam dari poſſe materiae particulam, utcunque parvam, quae non iterum ſecari poteſt in infinitas alias etiam particulas; liquet exinde Deum non poſſe ita ſecare materiam, ut daretur pars ultima indiviſibilis. Si enim ad hoc ſe extenderet potentia Divina, poſſet Deus aliquid quod contradictionem involveret, vel quod immutabili ipſius eſſentiae repugnaret. Sed ulterius urgent, ſi quantitas omnis ſit diviſi-

bilis

bilis in infinitum, & partes actu ſint in continuo, dabitur actu pars infinite parva, ideoque ulterius non diviſibilis. Reſpondeo primo; poſſum cum Ariſtotele negare eſſe partes actu in continuo, & inde corrueret eorum argumentum, quod ut demonſtrationem invictam tantopere praedicant. 2*do*. Concedamus illis partes eſſe actu in continuo, concedamus eſſe partes infinite parvas & indiviſibiles, concedamus denique argumentum, nihil tamen exinde infertur contra quantitatis non infinite parvae continuam & in infinitum diviſibilitatem; haec in argumento ſupponitur, at non refellitur: an, quia pars continui infinite parva non eſt ulterius diviſibilis, ideo ſequitur partem datam, ſeu partem non infinite parvam, etiam non eſſe ulterius diviſibilem? ſi aliquid exinde ſequatur, ſequitur continuam omnem quantitatem in partes infinite parvas poſſe reſolvi, ideoque continuum eſſe in infinitum diviſibile. Sed tertia & vera reſponſio ſit; Negando eſſe partes in continuo adeo minutas ſeu parvas, ut nequeant eſſe ulterius diviſibiles; & quamvis darentur partes infinite exiguae, vel tales, quae eandem habent proportionem ad ſua tota, quam numerus finitus ad infinitum, vel ſpatium finitum ad infinitum; negamus tamen haſce partes non eſſe ulterius diviſibiles: ſed cum ipſae ſunt extenſae, erunt etiam diviſibiles non tantum in duas, tres, vel plures partes, ſed etiam quaelibet poteſt in infinitum ſecari. Hujus quantitatis infinite parvae partes numero infinitae, Infiniteſimae infiniteſimarum, ſeu fluxiones fluxionum a Geometris dici ſolent; a quibus adhibentur ad plura

pro-

problemata, alias intricaciſſima, ſolvenda. Praeterea, & harum fluxionum dantur & aliae fluxiones, ſeu partes ſuis totis infinite minores; & harum rurſus partium erunt aliae partes, atque ſic quouſque libet progredi licebit. Non diſſimulo ob humani ingenii imbecillitatem hoc conceptu eſſe difficillimum; non ideo tamen deſerenda eſt veritas validiſſimis ſuffulta argumentis, praeſertim cum quaedam ſunt, quae a tenui noſtro intellectu difficulter admodum capiuntur, quae tamen eſſe certiſſime novimus. Exempla poſſumus comparare plurima, at ea tantum adducemus quae ad rem propoſitam illuſtrandam inſerviunt; quibus oſtendemus eſſe quantitates infinite minores aliis datis quantitatibus, quae tamen erunt aliis infinite majores; ita, ſi dentur quaedam quantitates infinite parvae, erunt quaedam etiam quantitates his infinite minores; & rurſus his ultimis fieri poſſunt aliae infinite minores, & ſic ſemper deinceps uſque ad infinitum.

Primo igitur, ſic probamus dari quantitates, quae quantitatibus infinite parvis ſunt infinite minores; ſit circulus ABF (Tab. 1. fig. 10.) cujus diameter AB, ſitque BF pars peripheriae infinite parva, cujus proinde chorda erit etiam infinite parva, hoc eſt, chorda BF, ad magnitudinem quamvis determinatam, *v. g.* ad circuli diametrum AB, eam habebit proportionem, quam habet magnitudo quaevis finita ad infinitam. Demiſſa intelligatur a puncto F ad AB, perpendicularis FG; erit BG recta BF infinite minor: ducatur enim AF, eritque angulus AFB

AFB in ſemicirculo rectus. Ideoque, in triangulo AFB rectangulo ad F, ob demiſſam in baſim AB perpendicularem FG, erit (per 8vam. 6ti. El.) AB ad BF, ut BF ad BG. Sed, ex hypotheſi, AB infinite major eſt quam BF; quare erit & BF infinite major quam BG; erit igitur quantitas, quae, etſi alia data quantitate ſit infinite minor, alia tamen quantitate infinite major erit.

Sic etiam in circulo notum eſt, Sinum cujuſlibet arcus eſſe ſuo arcu minorem, Tangentem vero eſſe arcu majorem, & proinde tangens arcus erit etiam ejuſdem ſinu major. Sit itaque in circulo, cujus centrum C (Tab. 1. fig. 11.) & diameter AB, arcus infinite parvus BF, cujus tangens ſit BE, ſinus rectus GF, & ſinus verſus GB; per F ducatur FH ad AB parallela, erit HE aequalis differentiae ſinus recti FG & tangentis BE, quae ex jam oſtenſis non eſt omnino nihil. Jam in triangulis CBE, FHE aequiangulis, ob angulos ad H & B rectos, & E communem, erit (per 4tam 6ti.) CB ad BE ſicut FH eſt ad HE; ſed ex hypotheſi CB infinite major eſt quam BE; quare erit & FH infinite major quam HE; id eſt, in praeſenti caſu, erit BG ſinus verſus arcus infinite parvi infinite major quam differentia inter ſinum rectum & tangentem ejuſdem arcus. Cum igitur CB ſit infinite major quam BE; & BE, ut ſuperius demonſtratum eſt, ſit infinite major quam BG; & rurſus, per jam oſtenſa, BG infinite major quam HE, liquet propoſitum.

Ad

Ad uberiorem hujus doctrinae illuſtrationem, aliud libet afferre exemplum, quod a ſummo illo Philoſopho, & Geometra *Newtono* depromſimus, in Scholio ſectionis primae *Philoſophiae Natur.* Sit curva AC (Tab. I. fig. 12.) Parabola Apolloniana, cujus axis AB, & AE tangens in vertice A. Demonſtrant ſcriptores Conici, ut in circulo, ſic etiam in parabola, angulum contactus FAC eſſe angulo quovis rectilineo infinite minorem. Ad eundem jam axem AB, & verticem A, deſcribi intelligatur alius generis Parabola, cubicalis ſcil. cujus ordinatim applicatae creſcunt in ſubtriplicata ratione interceptarum; erit angulus contactus FAD angulo contactus parabolae FAC infinite minor; vel, quod idem eſt, nullae ſunt parabolae Apollonianae, vel nulli circuli, quantumvis magna parametro deſcribantur, qui inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem tangentem duci poſſunt: quod facile ſic demonſtratur. Dicatur parabolae Apollonianae AC parameter a, parabolae cubicalis AD parameter ſit b; Accipiatur in tangente punctum E tale, ut ſit AE rectis a & b tertia proportionalis, hoc eſt, ut ſit $a \times AE = b^2$; per punctum quodlibet F medium inter A & E ducatur FD ad axem parallela, curvae AD occurrens in D; ducatur DCB ad tangentem parallela, et vocetur BD in parabola AD ordinatim applicata z; BC autem ordinata in parabola AC, y, & intercepta AB ſit x; erit ex natura harum curvarum $ax = y^2$, & $b^2 x = z^3$, ideoque $\frac{y^2}{a} = x = \frac{z^3}{b^2}$; unde $b^2 y^2 = a z^3$, & igitur, reducendo

cendo hanc aequationem ad analogiam, $b^2 : az :: z^2 : y^2$, hoc eſt, b^2, ſeu $a \times$ AE eſt ad az, ſeu $a \times$ BD, vel $a \times$ AF, ut BDq ad BCq: ſed eſt $a \times$ AE major quam $a \times$ AF, quare erit BDq major quam BCq, & proinde BD major quam BC; punctum igitur C cadit intra parabolam AD. Idem verum eſt de omnibus ordinatis BC, quae ſunt recta AE minores; ideoque portio parabolae Apollonianae AC, ad verticem cadit intra parabolam cubicalem. Eadem de quavis alia parabola Apolloniana eſt demonſtratio; ideoque nulla poteſt duci parabola, & proinde nullus circulus (qui ſemper alicui parabolae eſt aequicurvus) inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem tangentem.

Quantumvis igitur diminuatur angulus contactus parabolicus, vel circularis, erit tamen angulo contactus ad verticem parabolae cubicalis major; ideoque erit quivis datus angulus contactus circularis, vel parabolicus, angulo contactus ad verticem parabolae cubicalis infinite major; quantitas enim altera infinite major eſt, quae quantumvis diminuta alteram illam ſemper ſuperat.

Adhuc ad eundem axem, & verticem, deſcribi intelligatur alia curva parabolica AG, cujus ordinatim applicata quaevis creſcat ſemper in ſubquadruplicata ratione interceptae; erit angulus contactus FAG angulo FAD infinite minor; quod ratiocinio priori haud diſſimili demonſtrare facile eſt. Eodem modo ad eundem axem, & verticem, poteſt alia deſcribi Curva

para-

parabolica AH, cujus ordinatim applicatae creſcunt in ſubquintuplicata ratione interceptarum, in qua ſit angulus contactus FAH angulo FAG infinite minor; atque ſic progredi licebit in infinitum, ſemper aſſignando alias atque alias figuras parabolicas, quarum anguli contactus infinite a ſe invicem differant, ſcil. erit angulus FAC infinite minor angulo quovis rectilineo, & angulus FAD infinite minor angulo FAC, & angulus FAG infinite minor angulo FAD: atque ſic habebitur ſeries angulorum contactuum in infinitum pergentium, quorum quilibet poſterior eſt infinite minor priore; imo inter duos quoſlibet angulos, alii interſeri poſſunt anguli innumeri, qui ſeſe infinite ſuperant. Sed & inter duos quoſvis ex hiſce angulis, poteſt ſeries in infinitum pergens angulorum intermediorum interſeri, quorum quilibet poſterior erit infinite minor priore. Quin etiam poſſunt eſſe anguli innumeri angulo contactus circulari infinite majores, qui tamen erunt angulo rectilineo infinite minores: atque ſic proceditur in infinitum; *neque novit natura limitem.*

Haec adhibui exempla, ut videant adverſarii, immane quantum diſcedant a veris rerum naturis eorum de rebus ipſis ſpeculationes.

LECTIO

LECTIO V.

De materiae ſubtilitate.

POſtquam infinitam materiae diviſibilitatem validiſſimis (ut nobis videtur) propugnaverimus rationibus; objectionibus, quae alicujus momenti ſunt, proſtratis prorſus & deletis; reſtat, ut mirandam naturae ſubtilitatem, & minutiſſimas illas particulas, in quas materia actu dividitur, vel ex quibus componitur, pauliſper contemplemur; has quidem, undique comparatis exemplis, ante oculos veſtros poni, ſenſibus obverti, & ipſarum exilitatem calculo oſtendi, facillimum foret: nos autem pauca tantum proferemus.

Et primo, ex ſumma auri ductilitate exiguam partium ipſius molem computatione collegerunt Doctiſſimi viri, Rohaultus (*Gallus*) in *Tractatu ſuo Phyſico*, Nobilis Boyleus noſtras in libro de *Effluviis*, & nuper Clariſſimus Halleius in *Actis Philoſophicis numero* 194. Halleius quidem demonſtravit unum auri granum in 10,000 partes viſibiles poſſe ſecari; ideoque cum unum auri granum aequale ſit circiter $\frac{21}{100,000}$ unius digiti cubici, ſequitur unum digitum cubicum auri dividi

dividi poſſe in partes 47′,619,047; quae omnes erunt nudo oculo ſatis ſpectabiles.

Computavit praeterea Halleius craſſitiem iſtius Lamellae aureae, quae ſuper argentea fila ab artificibus inducitur; invenitque eam $\frac{1}{134,500}$ digiti non excedere; hoc eſt, ſi digitus longus dividatur in partes 134,500, craſſities iſtius lamellae unam harum partium vix adaequabit, ideoque cubus partis centeſimae unius digiti, vel, quod idem eſt, digiti cubici pars $\frac{1}{1',000,000}$ poteſt continere 2,433′,000,000 talium particularum.

Alia experimenta quam plurima tradit de hac re Inſignis ille, & nobilis Philoſophus, *Robertus Boyle*, in praefato libro *De Natura & Subtilitate Effluviorum*; quorum unum, aut alterum hic adducere liceat. Et primo, diſſolvit unum cupri granum in ſpiritu ſalis *Armoniaci*, & inde orta ſolutio, cum aqua diſtillata mixta, tincturam caeruleam ſaturam valde, atque conſpicuam largita eſt granis aquae 28,534; unde, cum aquae quantitas, cujus pondus eſt unius grani, aequalis ſit $\frac{37}{10,000}$ unius digiti cubici, erunt grana aquae 28,534 magnitudine aequalia digitis cubicis 105.57. Cum igitur unum cupri granum poteſt colorem cœruleum tantae aquarum copiae communicare, neceſſe erit ut ſit pars aliqua hujus cupri in parte quavis viſibili praedictae aquarum copiae; ideoque, quot ſunt partes in ea aquae quantitate oculo viſibiles, in tot

ad minimum partes diviſum erat unum cupri granum; at viſu ſenſibilis eſt linea, cujus longitudo eſt pars digiti centeſima, ideoque ejus lineae quadratum, aut cubus, adhuc multo magis erit viſu dignoſcibilis: quare, cum cubus, cujus latus eſt pars digiti longi centeſima, ſit pars digiti cubici $\frac{1}{1',000,000}$, ſequitur, ad minimum in digitis cubicis aquae 105.57 eſſe partes ſenſu diſtinguibiles 105',570,000; ideoque, per praedictam ſolutionem, in tot ad minimum partes dividetur cupri granum. Eſt vero magnitudo unius cupri grani aequalis digiti partibus circiter $\frac{55}{100,000}$; ideoque, cum digitus cubicus contineat propemodum 20,000 talium particularum, hinc ſequitur digitum cupri cubicum in partes 2'',111,400',000,000 actu poſſe reſolvi: & ſi accipiatur minutiſſima arenula, talis ſc. ut ejus diameter ſit pars digiti centeſima, vel, quod tantundem eſt, ut ipſa arenula ſit pars digiti millioneſima, haec duos milliones centum & undecim millia & quadringenta, ſeu 2',111,400 particularum, in quas diviſum eſt cuprum, continebit.

Secundum, quod proponimus, exemplum ex ſequentibus ducitur principiis.

Omnes recentiores conſentiunt Philoſophi odores oriri a profluviis ex corpore odorifero prodeuntibus, & undique in medio diſperſis, quae ope ſpiritus, quem per nares trahimus, in nervos olfactorios irruunt, eos irritant, atque ſic ſenſorium afficiunt; unde ſequitur, in quocunque

que loco odor cujuſvis corporis ſentitur, in eo eſſe aliquas particulas corporis odoriferi ſenſum afficientes. At plurima ſunt corpora odora, quae ad diſtantiam quinque pedum facile olent, & ſenſum olfactorium movent; erunt igitur per omne illud ſpatium quaedam corporis odori diffuſae particulae, ita ſcil. ut ubicunque in eo ſpatio ponantur nares, ibi aliqua eſſe corporis odoriferi effluvia neceſſe ſit; ſaltem quaedam erunt in ea aeris quantitate, quae ſimul per inſpirationem intra nares ducitur. Ponamus igitur eſſe unam tantum corporis odori particulam in unaquaque iſtius ſpatii parte, quae digiti cubici partem quartam magnitudine adaequat; quamvis veriſimile ſit, effluvia tam rara vix ſenſum afficere poſſe, nolumus tamen plura aſſumere; tot igitur ad minimum erunt particulae odorem producentes, quot ſunt in ſphaera, cujus ſemidiameter eſt quinque pedum, ſpatiola, quorum unumquodque aequale eſt digiti cubici parti quartae: at in illa ſphaera ſunt ejuſmodi ſpatiola numero 57′,839,616; tot erunt igitur in illo ſpatio particulae odorem producentes.

Utcunque igitur definito effluviorum *Numero*, progrediamur ad eorum *Magnitudinem* determinandam. Cum quantum effluviorum a corpore quovis decidit, tantum neceſſe erit ut corpus illud de pondere ſuo amittat; erit pondus effluviorum omnium, in dato quovis tempore, a corpore odorifero prodeuntium, aequale ponderi partis eo in tempore amiſſae. Jam per experimenta comprobavit *Boyleus* determinatam quandam Aſſae foetidae maſſam aperto aëri expoſitam,

poſitam, ſex dierum ſpatio, grani partem octavam de ſuo pondere amiſiſſe: cum vero continuus eſt effluviorum a corpore odorifero effluxus, patet oportere eum ſemper tempori proportionalem eſſe, ideoque tempore unius minuti primi erit pondus effluviorum ab aſſa foetida decidentium aequale grani parti $\frac{1}{69,120}$. Eſt autem magnitudo particulae aqueae, cujus pondus eſt unius grani, aequalis digiti cubici partibus $\frac{369}{100,000}$, & proinde ejuſdem aquae particula, cujus pondus eſt pars grani $\frac{1}{69,120}$, magnitudine aequalis erit partibus digiti cubici $\frac{533}{10,000',000,000}$: Atqui eſt gravitas Aſſae foetidae ad aquae gravitatem (ut ipſe expertus ſum) ut 8 ad 7, & proinde magnitudo quantitatis Aſſae foetidae, cujus pondus eſt unius grani pars $\frac{1}{69,120}$, aequalis erit partibus digiti cubici $\frac{466}{10,000',000,000}$; ſed effluviorum omnium numerus ſupra inventus ponitur 57',839,616, ideoque, cum omnia haec effluvia digiti cubici partes $\frac{466}{10,000',000,000}$ tantum adaequant, erit unaquaeque particula aequalis digiti cubici partibus $\frac{466}{578,396'',160,000',000,000}$; ſeu reducendo hanc fractionem ad decimalem, erit uniuſcujuſque particulae magnitudo aequalis digiti cubici partibus $\frac{8}{10,000'',000,000',000,000}$, ſeu partibus octo decem-millebillioneſimis.

In

In hiſce ſuppoſuimus particulas odorem producentes eſſe ubique in praedicta diſtantia aequaliter diffuſas; at cum verſus centrum, ſeu corpus odoriferum, a quo prodeunt, ſpiſſiores & plures ſunt, quam verſus extimam ſphaerae ſuperficiem, multo plures erunt particulae quam ſuperius determinavimus. Cum enim odores (ſicut caeterae omnes qualitates, quae a centro ſecundum rectas lineas propagantur) decreſcant in duplicata ratione diſtantiae auctae ab eodem centro; erit numerus particularum odorem producentium, & in dato ſpatio incluſarum, *v. g.* in digiti cubici quadrante, ad diſtantiam unius pedis, quadruplus numeri particularum, quae, in ſpatio aequali, ad diſtantiam duorum a centro pedum locantur: & novies major erit numerus particularum ad diſtantiam trium pedum, & ſic de caeteris. At ſi ubique non plures forent quam ſunt ad extremam ſuperficiem, eſſet earum numerus ſupra inventus 57′,839,616. Patet igitur revera eſſe ipſarum numerum numero praedicto multo majorem.

Ut igitur, in praedicto caſu, particularum odores producentium numerus determinetur, cognoſcenda eſt quantitas Aſſae foetidae, quam aëri expoſuit *Boyleus*; at ex ipſius ſcriptis non conſtat quanta haec fuerit; neceſſe erit igitur ut aſſumamus aliquam illius quantitatem; ſed quo minorem ipſam ponimus, eo major evadit proportio numeri particularum ex ea profluentium ad numerum ſuperius inventum, caeteris omnibus pariter poſitis; ut igitur numerum vero

non majorem eruamus, aſſumenda eſt quantitas probabiliter major ea quam aëri expoſuit *Boyleus*, ſitque ea aequalis ſphaerae, cujus diameter ſit ſex digitorum, per circulum DBO (Tab. 2. fig. 1.) repraeſentatae; ſitque recta AD quinque pedum, ſeu 60 digitorum; erit AB 63 digitorum: ad punctum A ſuper AB erigatur perpendicularis AG, quae repraeſentet denſitatem ſeu numerum particularum intra datum ſpatium, ad diſtantiam AB; & ſi in omnibus diſtantiis eadem eſſet particularum denſitas, earum numerus per rectas innumeras EQ, *m*R, DH, &c. parallelogrammum AH complentes, hoc eſt, per ipſum parallelogrammum AH exponi poſſit. Cum vero numerus particularum, in acceſſu ad centrum, ſupponatur creſcere in ratione diſtantiae diminutae duplicata; ad puncta E, *m*, D, & alia innumera in recta AB ſumta, erigantur perpendicula EL, *mn*, DC, quae ſint ad AG, ut quadratum rectae AB ad quadrata rectarum EB, *m*B, DB &c. reſpective; & per puncta G, L, *n*, C, & alia innumera eodem modo determinata, ducatur curva; ſi jam AG repraeſentet numerum particularum ad diſtantiam AB, EL repraeſentabit earum numerum ad diſtantiam EB, poſito quod particularum denſitates ſunt reciproce in duplicata ratione diſtantiarum a centro: at EQ ipſarum numerum denotaſſet, ſi ubique eadem fuiſſet earundem denſitas: eodem modo, *m n* exponet denſitatem particularum ad diſtantiam *m*B; at *m*R ipſarum numerum repraeſentaſſet, ſi ubique uniformiter ſpiſſae eſſent; ſic etiam

etiam D C denotabit numerum particularum ad diſtantiam D B poſitarum; ſi vero ubique aequaliter denſae eſſent, numerus ille per D H repraeſentandus foret; ideoque tota multitudo particularum, quae a ſphaera D B O profluunt, (& quarum denſitas decreſcit, prout recedunt a centro, in ratione diſtantiae auctae duplicata) eſt ad earum multitudinem, ſi ubique ipſarum denſitas ea eſſet, quae eſt ad extimam diſtantiam A B quinque pedum, ut rectae omnes D C, *m n*, E L, A G ad rectas D H, *m* R, E Q, A G; hoc eſt, ut area mixtilinea A D C G ad aream rectanguli G A D H.

Eo igitur res reducta eſt, ut inquiramus proportionem, quam habet area G A D C ad aream rectanguli A H. Cum autem eſt curva G L *n* C talis naturae, ut rectae A G, E L, *m n*, D C ordinatim ad Aſymptoton A B applicatae ſunt reciproce ut quadrata diſtantiarum a centro; erit curva haec generis hyperbolici, & ſpatium interminabile C F B T S componitur ex elementis, quae ſunt ſecundanorum reciproca; ideoque erit illud ſpatium, etiamſi interminabile, perfecte quadrabile, & aequale duplo rectanguli C B; per ea quae demonſtravit *Wallisius* in *Arithmetica Infinitorum*. Ideoque erit area interminabilis, ſeu indefinite protenſa CDTS ipſi CB rectangulo aequalis; & eodem modo area indefinite protenſa GATS aequalis erit rectangulo GB: erit itaque exceſſus, quo area CDTS ſuperat aream GATS, aequalis exceſſui, quo parallelogrammum CB ſuparat parallelogrammum GB. Inveſtigemus igi-

tur horum rectangulorum differentiam; Cum ex hyp. ſit AD 60 digitorum, & BD trium, erit AB 63 digitorum; ſitque AG unitas, cumque ſit ut BD *q* ad AB *q* ita AG ad CD, hoc eſt, ut 9 ad 3969; erit CD partium 441 qualium AG eſt 1; ideoque CD×DB, ſeu rectangulum CB erit ad rectangulum BG, ut 1323 ad 63; & proinde rectangulorum differentia, hoc eſt, area GADC erit partium 1260, qualium ſcil. rectangulum AH eſt 60. Ideoque numerus particularum ex aſſa foetida prodeuntium, quarum denſitates decreſcunt in duplicata ratione diſtantiae auctae, & intra ſphaeram, cujus ſemidiameter eſt 5 pedum, contentarum, eſt ad earundem numerum (ſi ubique earum denſitas eſt aequalis ei, quae ſit ad diſtantiam quinque pedum,) ut 1260 ad 60; hoc eſt, ut 21 ad 1; ſi igitur numerus ſupra inventus 57′,839,616 per 21 multiplicetur, productus dabit numerum particularum ex aſſa foetida prodeuntium, ſcilicet 1,214′,631,936. Praeterea ſi fractio $\frac{8}{10,000'',000,000',000,000}$, quae magnitudinem particularum in priore caſu exprimebat, per 21 dividetur, quotiens $\frac{8}{210,000'',000,000',000,000}$ ſeu $\frac{38}{1''',000,000',000,000',000,000}$ exhibebit veram magnitudinem uniuſcujuſque particulae, in hoc poſteriore caſu.

Haec omnia ex eo ſequuntur, quod homo poteſt Aſſae foetidae odorem ad diſtantiam quinque pedum ſentire: at ſunt alia animalia, quorum

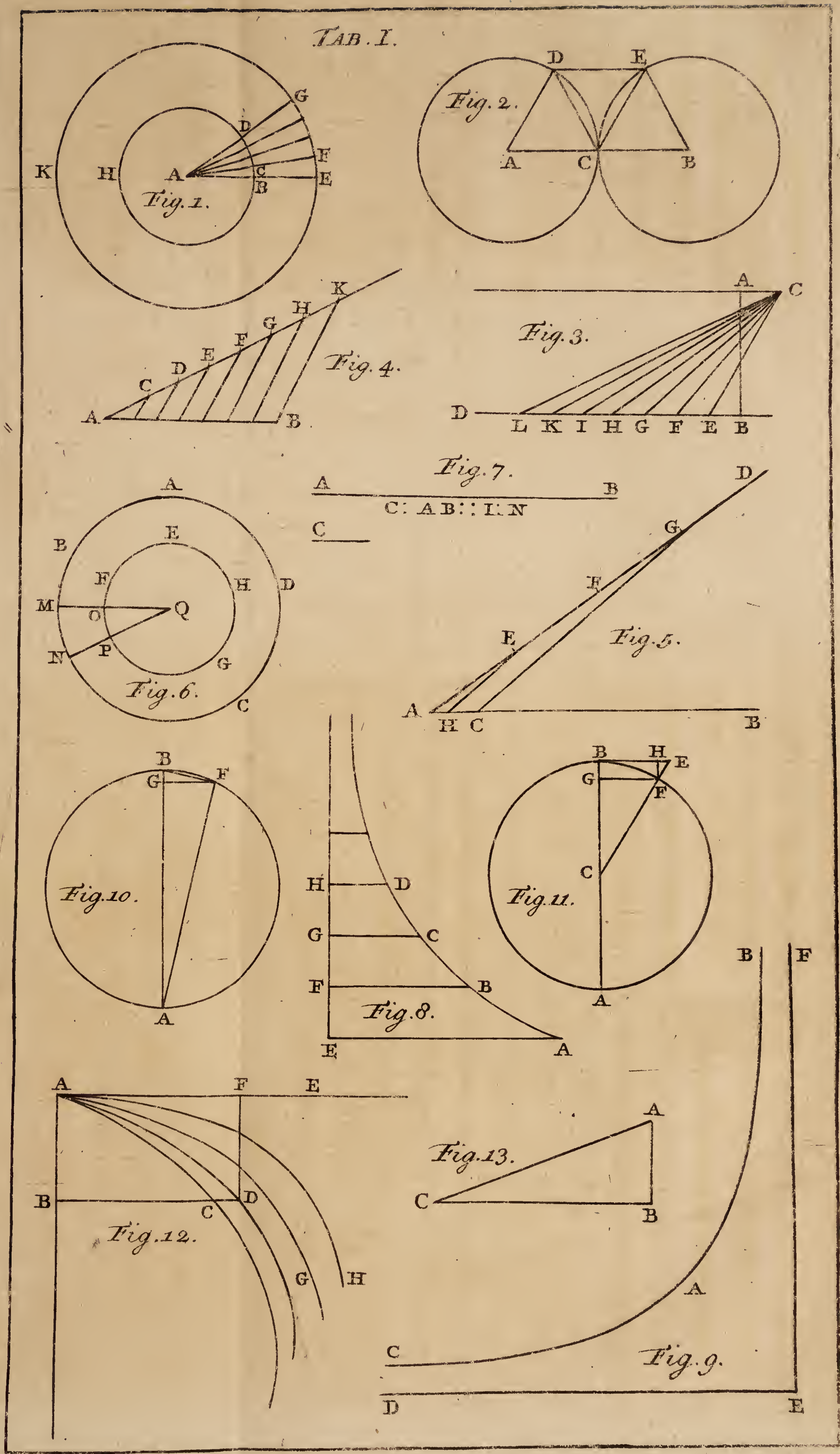
quorum ſenſus in odorando humanis ſenſibus ſunt multo acutiores, qualia in primis ſunt canes venatici, qui ferarum effluvia in terra relicta, longo poſt deceſſum ferarum tempore, percipiunt; & aves quaedam, quae pulveris pyrii odorem ad magnam diſtantiam ſentiant. Oportet certe ut iſtiuſmodi effluviorum ſubtilitas longe major ſit ea, quam ex ſuperiore calculo elicimus; at ob experimentorum defectum non poteſt ea facile ad numeros revocari.

Ut materiae ſubtilitatem ulterius oſtendant Philoſophi, in exemplum adducunt animalcula illa, quae in aliorum animalium ſemine, & in aliis liquoribus natantia conſpiciuntur. Haec quidem in quibuſdam fluidis adeo minutula ſunt, ut per Microſcopia, objectum multum augentia, viſa, ut puncta appareant. Imo ſolertiſſimus ille naturae indagator *Lewenhookius* plura horum animalculorum in lactibus unius Aſelli deprehendit, quam ſunt homines in tota terreni globi ſuperficie degentes. Sed lubet horum animalculorum magnitudinem veram inveſtigare: ad quod praeſtandum ſequentia ex opticis ſuppono. Primo, Imaginem cujuſvis objecti ſub eodem angulo ex vertice emerſionis lentis apparere, quo viſibile ex vertice incidentiae; hoc in Cl. *Gregorii* Elementis Dioptricis prop. 18. demonſtratum eſt. 2*do*. Per experientiam comprobatum eſt ea objecta, quae tanquam puncta videntur, hoc eſt, quorum partes a ſe invicem viſu diſtingui nequeunt, ſub angulo uno minuto primo non majori apparere. 3*tio*, Satis experi-

experiendo conſtat pleraque iſtiuſmodi animalculorum tantillae eſſe magnitudinis, ut per lentem viſa, cujus diſtantia focalis eſt pars digiti decima, tanquam puncta appareant; hoc eſt, eorum partes nequeunt diſcerni; ideoque ſub angulo uno minuto primo non majori ex vertice iſtius lentis apparebunt. Eo igitur deventum eſt, ut inveſtigemus magnitudinem objecti, quod ſub angulo dato ad datam diſtantiam apparet; hoc eſt, ſi in praeſenti caſu ſit C (Tab. 1. fig. 13.) vertex lentis, AB longitudo animalculi, BC ejus diſtanti a lente, aequalis ſcil. $\frac{1}{10}$ digiti, & angulus BCA, ſub quo ad illam diſtantiam videtur, ſit unius ſcrupuli; ex datis BC, & angulo BCA, invenienda eſt AB longitudo objecti. Jam in triangulo rectangulo ABC, ex datis (praeter angulum ad B rectum) angulo BCA unius minuti primi, & latere BC aequali parti decimae, per Trigonometriam innoteſcet latus AB aequale quam proxime $\frac{3}{100,000}$ unius digiti. Si igitur animalcula illa eſſent figurae cubicae, ejuſdem ſcil. longitudinis, craſſitiei, & latitudinis; ipſorum magnitudo per cubum fractionis $\frac{3}{100,000}$ exprimenda eſſet; ſcil. per numerum $\frac{27}{1,000'000,000'000,000}$; aequale ſcil. eſſet unumquodque viginti ſeptem partibus mille-billioneſimis digiti cubici.

Hinc, quod quidam Philoſophi de Angelis ſomniarunt, verum erit de noſtris animalculis, nempe poſſe multa eorum millia ſuper parvae aciculae cuſpidem ſaltitare.

Hinc


TAB. I.
Fig. 1.
K H A D G F C B E
Fig. 2.
D E A C B
Fig. 3.
A C D L K I H G F E B
Fig. 4.
A C D E F G H K B
Fig. 5.
A H C B E F G D
Fig. 6.
A B E F H D M O Q N P G C
Fig. 7.
A B
C: AB:: K:N
C
Fig. 8.
H D G C F B E A
Fig. 9.
B F A C D E
Fig. 10.
B G F A
Fig. 11.
B H E G F C A
Fig. 12.
A F E B C D G H
Fig. 13.
A C B

Hinc etiam colligitur quantum ſit intervallum, quantilla intercedat proportio inter minima haec natantia animalia, & illa maxima, immanes nempe balaenas, quae in oceano montium inſtar apparent, quoties ex aquis ſua capita emergunt. Sunt enim in quibuſdam liquoribus animalcula tantillae magnitudinis, ut ſi calculus ineatur, inveniatur ingentem terrae molem non ſatis amplam futuram, ut ſit tertia proportionalis minutiſſimis his animalibus natantibus, & vaſtis oceani Cetis; adeo ut ipſa terra, utcunque magna videatur, minorem tamen deprehendatur habere rationem ad piſces hos maximos, quam hi ad illos minimos, qui in animalium ſemine natantes per microſcopia conſpiciuntur.

Cum animalculum quodvis ſit corpus organicum, perpendamus pauliſper, quam delicatulae & ſubtiles eſſe debeant partes ad ipſum conſtituendum, & ad vitalem actionem conſervandam neceſſariae. Haud mehercule facile concipitur, quo pacto in tam anguſto ſpatiolo comprehendi poſſint, cor quod ipſius vitae fons eſt, muſculi ad motum neceſſarii, glandulae ad liquores ſecernendos, ventriculus & inteſtina ad alimenta digerenda, & alia membra innumera, ſine quibus animal eſſe non poteſt. Sed cum ſingula memorata membra ſunt etiam corpora organica, alias etiam habebunt partes ad ſuas actiones neceſſarias. Conſtabunt enim ex fibris, membranulis, tunicis, venis, arteriis, nervis, & hiſce ſimilibus canaliculis numero fere infinitis, quorum exilitas imaginationis vires ſuperare videtur. At

his

his infinite propemodum minores eſſe debent partes fluidi, quod per canaliculos hoſce decurrit, nempe ſanguis, lympha, & ſpiritus animales, quorum in grandioribus animalibus incredibilis eſt ſubtilitas.

Libet craſſiores ſanguinis partes in his animalculis contemplari, globulos nempe, qui in ſanguine natant, ipſorumque magnitudinem calculo eruere.

Ad quod praeſtandum ſequentem adhibebimus hypotheſim; Nempe, quod diverſorum animalium ſimiles partes ſolidae, hoc eſt, ſimiles particulae corporeae, ſeu partes trina dimenſione conſtantes, ſunt ut ipſorum animalium magnitudines. Unde ſequitur diverſorum animalium ſimiles dimenſiones lineares eſſe in ſubtriplicata ratione magnitudinum animalium; hoc eſt, ut harum magnitudinum radices cubicae: *v. g.* Cor humanum eſt ad cor animalculi cujuſvis, per microſcopium viſi, ut ipſum corpus humanum ad corpus animalculi; & proinde, ſi utriuſque corda ſint corpora ſimilia, erit Diameter unius ad alterius diametrum, ut radix cubica magnitudis unius ad radicem cubicam alterius magnitudinis. Sic etiam vaſa ſanguifera minima in homine ſunt ad vaſa ſimilia minima in animalculo, ut magnitudo hominis ad animalculi magnitudinem; & Diameter vaſis minimi in corpore humano erit ad diametrum vaſis minimi in corpore animalculi, ut radix cubica magnitudinis humanae ad radicem cubicam magnitudinis animalculi.

Pona-

Ponamus jam hominis mediocris magnitudinem eſſe trium pedum cubicorum, ſeu digitorum 5184: Ut igitur magnitudo hominis mediocris, ſeu digiti cubici 5184 ad magnitudinem animalculi ſuperius traditam, aequalem nempe digiti cubici partibus $\frac{27}{1,000'',000,000',000,000}$, ita vaſa minima in corpore humano ad ſimilia vaſa minima in animalculo; & ut radix cubica magnitudinis humanae, ſeu ut radix cubica numeri 5184 ad radicem cubicam magnitudinis animalculi, ſeu ad radicem cubicam numeri $\frac{27}{1,000'',000,000',000,000}$, hoc eſt, quam proxime ut 17 ad $\frac{3}{100,000}$; ita diameter vaſis minimi in corpore humano ad diametrum vaſis minimi in animalculo. Verum Cl. *Lewenhookius* iſtiuſmodi vaſa in corpore humano detexit ope microſcopii, ut poſita diametro unius arenulae $\frac{1}{30}$ digiti, haec contineret 2640 diametros talium vaſculorum, quae in humano corpore conſpexit; ideoque erit diameter unius hujuſmodi vaſculorum aequalis $\frac{1}{2640} \times \frac{1}{30}$ digiti, hoc eſt, aequalis digiti parti $\frac{1}{79,200}$; &, quamvis certum ſit haec vaſa non fuiſſe minima eorum, quae ſunt in corpore humano, nam & alia hiſce multo minora ibi eſſe oportere facile eſt oſtendere; ponamus tamen ipſa fuiſſe minima. Fiat igitur ut 17 ad $\frac{3}{100,000}$ ita $\frac{1}{79,200}$ ad alium numerum; Numerus ille exprimet in partibus digiti diametrum vaſis mi-

nimi in animalculo; qui, operando per regulam trium, invenitur $\frac{3}{134,640^{\prime},000,000}$, haec fractio ad decimalem reducta erit quam proxime $\frac{22}{1^{\prime\prime},000,000^{\prime},000,000}$; vel (ut numeros rotundos adhibeamus) $\frac{2}{100,000^{\prime},000,000}$. Cum autem neceſſe ſit ut diameter globuli vel particulae fluidi, quod in vaſe aliquo continetur, ipſa vaſis diametro non ſit major; erit diameter globuli ſanguinei, qui per vaſa haec minima decurrit, non major digiti partibus $\frac{2}{100,000^{\prime},000,000}$; ideoque ipſorum globulorum ſoliditas, ſeu magnitudo, minor erit cubo iſtius diametri, hoc eſt, minor erit partibus digiti cubici

$$\frac{8}{1,000^{\prime\prime\prime\prime\prime},000,000,000,000,000,000,000,000,000,000};$$

hoc eſt, erit globulorum magnitudo minor ea digiti cubici parte, quae exprimitur per fractionem, cujus numerator eſt numerus octonarius, denominator vero eſt numerus mille quintillionarius, ſeu qui ſcribitur per unitatem cum triginta tribus Cyphris poſt ſe.

Cum fractio, qua globulorum magnitudo exprimitur, tam numeroſis conſtet cyphris, vt vera ipſorum quantitas non exinde facile concipiatur; Libet ulterius progredi, & globulos hoſce cum aliis minimis, quae nudo oculo conſpici poſſunt, corporibus comparare, *viz.* cum minutiſſimis arenulis, talibus ſcil. ut ipſarum diametri digiti partem centeſimam non excedant, & denique minimas has arenulas cum aliis maximis terrae corporibus, ingentibus *e. g.* montibus; ut videamus

deamus qualem ad ſe invicem obtineant rationem; atque ſic multo melius particularum exilitas intelligetur. Sed cur hac utar voce? cum potius dicendum eſt, comparatione ſic facta, illorum ſubtilitatem prorſus incomprehenſibilem fore. Nam exinde colligitur ne quidem decies mille ducentos quinquaginta & ſex altiſſimos totius telluris montes poſſe continere tot arenulas, quot poteſt una arenula continere globulos animalculorum ſanguineos. Non mirum erit, Academici, ſi ad haec attonitis haereatis animis, & re tam prodigioſa perculſi ipſam materiae infinitam diviſibilitatem, etſi validiſſimis ſuffultam demonſtrationibus, in dubium vocetis. Utcunque vero res haec prima facie prorſus incredibilis videatur, ipſam nihilominus ex claris & facillimis principiis deducemus.

Ut facilius calculus ineatur, vocemus decimam pedis partem unum digitum, & ponamus centum arenulas juxta ſe poſitas ſpatium iſtius longitudinis digitalis occupare; vel, quod idem eſt, ſupponantur mille arenulae contiguae per longitudinem pedis extendi, erunt igitur in uno digito cubico arenulae 1′,000,000, & in pede cubico erunt arenulae 1,000′,000,000. Sit milliare unum, ſeu mille paſſuum, aequale 5000 pedibus, erunt pedes cubici in uno milliari cubico 125,000′,000,000; ideoque arenularum numerus, quae in uno milliari cubico contineri poſſunt, erit 125‴,000,000″,000,000′,000,000.

Jam, ut montium dimenſiones habeamus, ſumamus altiſſimum, ut vulgo creditur, totius telluris montem, eum nempe, qui in Inſula Teneriffae

neriffa eſt, & *El Pico de Terrario* dicitur, cujus altitudo perpendicularis vulgo aeſtimatur trium milliarium Italicorum. Supponamus montem hunc eſſe figurae conicae, atque hujus circuitum ad baſim eſſe triginta & quinque milliarium, erit area baſis 97.5 circiter milliarium; nam ut 314 ad 100, hoc eſt, ut circuli circumferentia ad diametrum, ita 35 ad 11. 14 diametrum, ſeu montis craſſitiem ad baſim; cujus pars quarta 2.785 ducta in peripheriam 35 ſcil. dat aream baſis, aequalem ſcil. 97.5 milliaribus quadratis; cum igitur mons ex hyp. ſit figurae conicae, ſi baſis in tertiam altitudinis partem multiplicetur, productus in milliaribus cubicis exhibebit ipſius montis contentum ſolidum; atque tertia pars altitudinis ex hypotheſi aequalis eſt uni milliari, qui multiplicans numerum 97.5 productus, ſeu montis ſoliditas erit aequalis milliaribus cubicis 97.5; qui numerus ſi rurſus multiplicetur per $125,'''000,000'',000,000',000,000$, productus, ſeu numerus $12,187''',500,000'',000,000',000,000$, exhibebit numerum arenularum, ex quibus mons inſulae *Teneriffae* componi poſſit.

Hiſce inveſtigatis, videamus quot particulae ſeu ſanguinei globuli in una arenula contineri poſſint. Ex ſupra monſtratis, uniuſcujuſque globuli magnitudo minor eſt digiti cubici partibus $\frac{8}{1,000''''',000,000'''',000,000''',000,000'',000,000',000,000}$; & magnitudo unius arenulae aequalis eſt digiti cubici parti $\frac{1}{1',000,000}$: ideoque ſi poſterior hic

numerus

numerus per priorem dividatur, quotiens

$$\frac{1{,}000^{\prime\prime\prime\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime\prime\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime\prime}\,000{,}000^{\prime}{,}000{,}000}{8^{\prime}{,}000{,}000}$$ ſeu

$$\frac{1{,}000^{\prime\prime\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime}{,}000{,}000}{8};$$ hoc eſt,

$125^{\prime\prime\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime}{,}000{,}000$ minor erit numero globulorum ſanguinis, qui in magnitudine unius arenulae contineri poſſunt; ſed numerus hic $125{,}^{\prime\prime\prime\prime}000{,}000{,}^{\prime\prime\prime}000{,}000{,}^{\prime\prime}000{,}000{,}^{\prime}000{,}000$ diviſus per $12{,}187^{\prime\prime\prime}{,}500{,}000^{\prime\prime}{,}000{,}000^{\prime}{,}000{,}000$ numerum arenularum, quae in monte Inſulae *Teneriffae* contineri poſſunt, quotiens major erit quam numerus 10,256; ideoque una arenula plus quam decem millies ducenties quinquageſies & ſexies plures globulos ſanguineos in ſe continere poteſt, quam altiſſimus totius telluris mons arenulas: vel, quod idem eſt, decem mille ducenti quinquaginta & ſex montes, quorum unuſquiſque aequalis eſt altiſſimo totius telluris monti, non tot poſſunt in ſe continere arenulas, quot una arenula poſſit in ſe continere particulas ſanguineas animalculorum, quae per microſcopia in quibuſdam fluidis natantia cernuntur. Quod erat oſtendendum. Cum igitur globuli hi tantillae ſint magnitudinis, quid ſentiendum erit de particulis fluidum componentibus, in quo iſtiuſmodi globuli vehuntur, & de ſpirituum animalium ſubtilitate? haec proculdubio tanta eſt, ut omnem calculum, & imaginandi vim fugiat.

Supra modum mirabilis eſt haec naturae ſubtilitas; at ſunt aliae materiae particulae memoratis multo ſubtiliores, ad quas ſi praedicti globuli

 buli

buli referantur, non montium ſed ingentium terrarum inſtar apparebunt. Lucis intelligo particulas, quae a corpore lucido ineffabili celeritate undiquaque projiciuntur, quarum ſubtilitatem animus humanus nunquam forte niſi poſt adeptam in coelis perfectionem aſſequetur: immenſam tamen ipſam eſſe vel exinde colligitur, quod lumen tenuiſſimae lucernae in tempore omnino inſenſibili, & abſque ullo ſenſibili ipſius lucernae decremento, ad diſtantiam duorum milliarium ab oculo ſentitur; unde neceſſe eſt, ut in omni aſſignabili parte ſphaerae activitatis iſtius lucernae, cujus diameter quatuor millibus paſſuum major eſt, & in omni aſſignabili temporis particula, ſint quaedam iſtius lucernae particulae, quae oculum ingrediuntur, vel ingredi poſſunt; quae quidem in diverſis temporis partibus diverſae erunt. Atque per ineffabilem illam lucis ſubtilitatem fit, ut Sol, etiamſi continuo ab ipſius creationis exordio lucem celerrime in omnem mundi partem emittat, non tamen ſenſibile quidquam per omne illud tempus de ſua magnitudine amiſit, etiamſi quotidie per aliquam, inaeſtimabilem licet, quantitatem decreſcat; unde, etiamſi poſt ſex mille annos ejus diminutio nondum notabilis evaſerit, poſt finitam tamen annorum ſeriem, quamvis valde protractam, totus diſſipabitur. Ex quo ſequitur Mundum hunc nec in aeternum exiſtere poſſe, nec potuiſſe ab aeterno exſtitiſſe.

Ex

Ex demonſtrata infinita materiae Diviſibilitate, ſequentia Theoremata ejuſdem Raritatem & tenuem compoſitionem ſpectantia facile eliciuntur.

LEMMA.

Data quavis materiae quantitate, ex ea, vel ex quavis ejus parte, formari poteſt ſphaera concava, cujus ſemidiameter ſit datae rectae aequalis.

Sit materiae particula a^3, & data recta ſit b. Ratio peripheriae circuli ad Radium ſit p ad r. Dicatur ſemidiameter concavitatis x, & craſſities pelliculae concavitatem ſphaerae ambientis erit $b - x$, & cylindrus ſphaerae circumſcriptus, cujus radius eſt b, erit $\frac{p \times b^3}{r}$, unde ſphaera cylindro inſcripta erit $\frac{2 \times pb^3}{3r}$. Eadem ratione ſphaera cujus radius eſt x erit $\frac{2 \times px^3}{3r}$; quarum differentia $\frac{2p}{3r} \times \overline{b^3 - x^3}$ ponenda eſt ſphaericae lamellae aequalis, ſeu materiae particulae datae; hoc eſt, erit $\frac{2p}{3r} \times \overline{b^3 - x^3} = a^3$, ſeu $b^3 - x^3 = \frac{3ra^3}{2p}$. Unde $x^3 = b^3 - \frac{3ra^3}{2p}$ & $x = \sqrt[3]{b^3 - \frac{3ra^3}{2p}}$, ideoque craſſities lamellae ſphaericae ſeu $b - x$ erit $= b - \sqrt[3]{b^3 - \frac{3ra^3}{2p}}$.

Eadem ratione fieri poſſunt ex data materiae quantitate Cubi *concavi*, Cylindri *concavi, vel corpora etiam alius cujuſvis figurae concavae, quorum latera ſunt datae rectae aequalia.*

THEOREMA Primum.

Data quavis materiae quantitate quantumvis exigua, & dato ſpatio quovis finito, utcunque amplo; quod v. g. *ſit cubus qui ſphaeram Saturni circumſcriberet: Poſſibile eſt, ut materia iſtitus Arenulae per totum illud ſpatium diffundatur, atque ipſum ita adimpleat, ut nullus ſit in eo porus cujus diameter datam ſuperet lineam.*

Sit datum ſpatium Cubus, cujus latus ſit recta AB, (Tab. 2. fig. 2.) diametro ſcil. orbitae Saturni aequalis; deturque materiae particula, cujus quantitas ſit b^3; & data recta (qua pororum diametri non majores eſſe debent) ſit D. Dividi concipiatur recta AB in partes aequales rectae D, quarum numerus finitus erit, cum nec recta AB ponitur infinite magna, nec recta D infinite parva: ſit numerus ille n, hoc eſt, ſit n D=AB, ideoque erit n^3 D^3 aequalis cubo rectae AB. Concipiatur item ſpatium datum dividi in cubos, quorum ſingulorum latera ſunt aequalia rectae D, eritque cuborum numerus n^3; & hi cubi per ſpatia E, F, G, H in figura repraeſententur. Dividi porro ſupponatur particula b^3 in partes quarum numerus ſit n^3, & in unoquoque ſpatio cubico ponatur una harum particularum, & hac ratione materia b^3 per omne illud ſpatium diffundetur. Poteſt praeterea unaquaeque ipſius b^3 particula, in ſua quaſi cella locata, in ſphaeram concavam formari, cujus diameter ſit aequalis datae rectae D: unde fiet, ut ſphaera quaelibet proximam quamque tangat, & data materiae particula

ticula utcunque exigua b^3, ſpatium datum ita adimpleat, ut nullus ſit in eo porus cujus diameter datam rectam D ſuperet. *Q.E.D.*

Cor. Hinc dari poteſt corpus, cujus materia, ſi in ſpatium abſolute plenum redigatur, ſpatium illud fieri poteſt prioris magnitudinis pars quaelibet data.

THEOREMA Secundum.

Poſſunt eſſe duo corpora mole aequalia, quorum materiae quantitates ſint utcunque inaequales, & datam quamvis ad ſe invicem obtineant rationem; pororum tamen ſummae, ſeu ſpatia vacua inter corpora, ad rationem aequalitatis fere accedant. Vel, in ſtilo Carteſiano: *Spatium omne, quod a materia ſubtili intra unius corporis poros occupatur, poſſet eſſe fere aequale ſpatio quod a ſimili materia intra alterum corpus tenetur; licet materia propria unius corporis decies millies, vel centies millies ſuperet materiam propriam alterius corporis, & corpora ſint mole aequalia.*

Ex. gr. Sit digitus cubicus *Auri*, & digitus cubicus *Aëris* vulgaris non condenſati. Certum eſt quantitatem materiae in *Auro* vicies millies circiter ſuperare materiam *Aëris*, attamen fieri poteſt, ut ſpatia in *Auro* vel abſolute vacua, vel materia ſubtili repleta, ſint fere aequalia ſpatiis in *Aëre*, vel vacuis, vel materia tantum ſubtili repletis.

Sint A & B (Tab. 2. fig. 3.) corpora duo, magnitudine aequalia: utrumque *v. gr.* ſit cubus

 unius

unius digiti. Et corpus A decies millies ſit gravius corpore B, unde & corpus A quantitate materiae decies millies ſuperabit corpus B. Ponamus jam materiae quantitatem in A redigi in ſpatium abſolute plenum, quod ſit digiti cubici pars centies milleſima; (liquet enim ex Coroll. praecedentis Theorematis id fieri poſſe.) Unde cum materia in A decies millies ſuperat materiam in B, materia illa in B, ſi in ſpatium abſolute plenum compingatur, occupabit tantum digiti cubici partem $\frac{1}{1,000',000,000}$, ideoque partes reliquae 999′,999,999 vel erunt abſolute vacuae, vel materia aliqua ſubtili, qualis ſupponitur Carteſiana, tantum repletae. Porro, cum materiae quantitas in A impleat tantum digiti partem centies milleſimam, erunt in corpore A partes 99,999 vel vacuae, vel materia ſubtili repletae; hoc eſt, reducendo fractionem ad denominatorem prioris fractionis, erunt in A partes vacuae 999′,990,000. Ideoque vacuitates in A erunt ad vacuitates in B, ut numerus 999′,990,000 ad numerum 999′,999, 999, qui numeri ſunt ad ſe invicem fere in ratione aequalitatis; nam eorum differentia parvam admodum ad ipſos numeros obtinet rationem. Ideoque ſpatia vacua, vel materia ſubtili tantum repleta, quae ſunt in duobus corporibus A & B, eandem cum ipſis numeris, ad ſe invicem rationem obtinentes, ſunt etiam fere in ratione aequalitatis. *Q.E.D.*

Corpora autem omnia eſſe rariſſima, hoc eſt, pro mole ſua parvam admodum continere materiae quantitatem, ex Diaphanorum proprietatibus certiſſime conſtat; nam *radii lucis* intra vitrum,

trum, vel aquam, non ſecus ac in aëre per rectas lineas diffunduntur, quaecunque luci expoſita ſit corporis Diaphani facies; Ideoque a minima quavis aſſignabili Diaphani parte, ad aliam quamvis ejuſdem partem, ſemper extenditur in his corporibus porus rectilineus, per quem tranſiverit lux; atque hoc fieri non poteſt, niſi materia Diaphani ad ejus molem parvam admodum obtineat rationem; nec fortaſſe materiae quantitas in Vitro, ad ejus magnitudinem majorem habet rationem, quam magnitudo unius arenulae ad totam Terreni orbis molem: hoc autem non eſſe impoſſibile, ſuperius oſtenſum eſt. Unde cum aurum non ſit octuplo denſius vitro, ejus quoque materia, ad propriam molem, exiguam admodum obtinebit rationem.

Hinc ratio reddi poteſt, cur effluvia magnetica eadem fere facilitate denſum aurum, & tenuem aërem pervadant.

Ex his etiam propoſitionibus, & ex maxima lucis celeritate, ratio reddi poteſt, cur *Lucis* radii ex pluribus objectis prodeuntes, & per tenue foramen tranſmiſſi, ſe mutuo non impediant, ſed per eandem rectam in motu ſuo perſeverent; Quod per motum, ſeu impulſum fluidi plenum efficientis vix explicari poteſt; *Corpus enim omne a pluribus potentiis, ſecundum diverſas directiones, ſimul impulſum, unam tantum & determinatam directionem accipit ex omnibus compoſitam.*

LECTIO VI.

De Motu, Loco, & Tempore.

CUM hactenus de corporum Soliditate, Extenſione, Diviſibilitate, & Subtilitate, ſatis a nobis dictum ſit; ad Motum jam, nobiliſſimam, qua gaudet corpus, affectionem, dilucidandum accedimus: quo mediante ſe prodit natura, ea rerum varietate agentem, quae videri non ſine ſtupore debet; quo ſublato, omnis periret mundi ornatus, et ſpectabilis pulcritudo; atque horrendae tenebrae, et infinitus torpor, res omnes occuparent. Ab hoc pendent dierum & noctium viciſſitudines, frigoris et caloris, nivis, pluviae & ſerenitatis, ſeſe mutuo excipientium tanta varietas, atque anni tempeſtates omnes. Per motum creſcunt plantae, nutriuntur arbores, & vivunt animalia, cum ipſa vita non niſi in motu, hoc eſt ſanguinis circulatione conſiſtit. Sed quid ſingulis enumerandis morer? cum res omnes ex motu naſcuntur.

Scientia igitur de motu, ad rite Philoſophandum adeo eſt neceſſaria, ut ne vel minimum naturae opus abſque eo inveſtigari poſſit. Hinc celebre & veriſſimum illud Philoſophi Effatum, Ἀναγκαῖον, ἀγνοουμένης αὐτῆς κινήσεως, ἀγνοεῖσθαι καὶ τὴν φύσιν, Ignorato motu, naturam ignorari neceſſe eſt.

De

De motus natura, cauſis, et communicatione, multum inter ſe diſceptant Phyſici, ſeu potius Metaphyſici; & mirum eſt quantas lites, de re ſatis clara, moverint; & quae idearum confuſio, quae tenebrae exinde ſubortae ſint; adeo ut inter diſputandi ineptias, naturalis & ſimplex, quam de eo habuerunt, notitia ipſis elabi videatur. Vix enim e plebe quemquam, aut rudem artificem inveniemus, qui non plus noverit de vera natura atque cauſa motus, quam omnes hi diſputantes Philoſophi; quorum quidem aliqui eo pervenerunt inſaniae, ut motum omnem, tanquam rem impoſſibilem, a corporibus ſuſtulerint, & argutias quaſdam propoſuerint quibus illius impoſſibilitatem adſtruere ſibi viſi ſunt.

Liceat hic validiora quaedam illorum argumenta proferre; & primum ſit illud Diodori Croni: Nempe, ſi corpus moveatur, vel movetur in loco quo eſt, vel in loco quo non eſt, quorum utrumvis eſt impoſſibile; ſi enim movetur in loco quo eſt, ab illo loco nunquam exiret, ideoque nullus daretur motus; ſimiliter non poteſt moveri in loco quo non eſt, quia nihil agit in loco quo non eſt, ergo non omnino movebitur corpus. Reſpondeo, nec corpus moveri in loco quo eſt, nec in loco quo non eſt, ſed moveri e loco in locum.

Secundum Argumentum eſt illud Zenonis, quod Achillis nomine inſignivit, quo Zeno conatur probare, ſi daretur motus, Achillem etſi velociſſimum teſtudinem animalium tardiſſimam nunquam aſſecuturum: eſt autem ejuſmodi. Ponatur Achillem a teſtudine diſtare per quod-

quodvis ſpatium finitum, *v. g.* mille paſſuum, atque eum centies velocius teſtudine moveri ſupponamus; ergo dum Achilles unum percurrit milliare, teſtudo milliaris partem unam centeſimam conficiet, ideoque Achilles teſtudinem nondum eſt aſſecutus; & rurſus, dum Achilles partem illam milliaris centeſimam conficit, teſtudo interim per milliaris partem decem-milleſimam reptabit, adeoque nec adhuc teſtudinem erit aſſecutus Achilles: eodem modo, dum Achilles partem illam milliaris decem-milleſimam decurrit, teſtudo per milliaris partem millioneſimam promovebitur, ideoque nec adhuc teſtudinem attingere poteſt: atque ſic progredi licebit in infinitum, nec unquam poteſt teſtudinem captare, ſed ſemper erit aliqua inter Achillem & teſtudinem diſtantia.

Famoſum eſt hoc Zenonis argumentum; ad quod ſolvendum ſcripſerunt quidam integros tractatus: at nos facillime illius nodum diſſolvemus, dicendo milliare, una cum milliaris parte centeſima, una cum milliaris parte decem-milleſima, una cum milliaris parte millioneſima, & ſic in infinitum, quantitati finitae aequipollere: hoc enim ab Arithmeticis demonſtratum eſt, quod ſumma ſeriei cujuſvis quantitatum in quavis proportione Geometrica in infinitum decreſcentium, aequalis ſit quantitati finitae; ſed milliaris pars $\frac{1}{100}$, una cum parte $\frac{1}{10,000}$, una cum parte $\frac{1}{1',000,000}$, una cum parte $\frac{1}{100',000,000}$, & ſic in infinitum, eſt ſeries quantitatum in proportione Geometrica in infi-

infinitum decreſcentium ; ideoque illius ſumma, cum ſit aequalis quantitati finitae, a mobili cum data velocitate moto, finito in tempore percurri poteſt. Ponamus enim Achillem ſpatio unius horae milliare peragraſſe, ergo & partem milliaris centeſimam in parte horae centeſima conficiet, et partem milliaris decem-milleſimam in horae parte decem-milleſima percurret; eodem modo pars milliaris millioneſima in parte horae millioneſima peragrabitur, & ſic de caeteris. Si igitur hora, una cum horae parte centeſima, una cum horae parte decem-milleſima, una cum horae parte millioneſima, $+\frac{1}{100',000,000}$, &c. in infinitum, ſi inquam ſumma hujus ſeriei in infinitum continuatae infinito temporis ſpatio aequipollet, certum eſt Achillem teſtudinem nunquam eſſe aſſecuturum in tempore finito; verum cum, ut hactenus dictum eſt, horae pars $\frac{1}{100}+\frac{1}{10,000}+\frac{1}{1',000,000}$ &c. ſit ſeries quantitatum in proportione Geometrica in infinitum decreſcentium, erit illius ſumma quantitati finitae aequalis, ſcil. uni parti horae nonageſimae nonae, ut facillime demonſtrari poteſt; & intra illud temporis ſpatium omnes utcunque numero infinitae temporis particulae elabentur. Dicimus igitur Achillem teſtudinem aſſecuturum poſt elapſas horam unam & infinitas illas numero particulas quae in praedicta ſerie continentur; hoc eſt, poſt horam unam & horae partem nonageſimam nonam ad teſtudinem pertinget; atque ſic tollitur vis illius argumenti, quod tanquam inſolubile toties jactaverunt illius patroni.

Hoc

Hoc etiam proferri ſolet contra motum argumentum. Corpus A moveatur a B ad C, poſitis B & C duobus punctis contiguis, in inſtanti D: cum movetur A ſupponitur eſſe in B, ideoque in eo inſtanti non poteſt ad C pervenire, quia ſcil. ponitur eſſe in B; & in eodem inſtanti non poteſt eſſe in utroque, quia nihil poteſt eſſe ſimul in duobus locis, hoc eſt, in eodem inſtanti; ideoque in inſtanti quo eſt in B non poteſt ad C pervenire. Eodem modo in quolibet alio inſtanti non poteſt ad C pervenire, quia adhuc ponitur in B, ideoque ſecundum hujus argumenti auctores nunquam ad C pertinget.

Huic argumento facile reſponderi poteſt, dicendo A ſub initio inſtantis D, eſſe in B puncto, at in fine in puncto C; oportet enim ut tempus omne, in quo peragitur motus finitus, habeat initium & finem.

Sed praeterea in allato argumento, non pauca aſſumta ponuntur, quae falſa atque impoſſibilia ſunt; *v. g.* cum duo ſupponuntur puncta contigua. Si per punctum intelligatur pars indiviſibilis, ſeu minima quantitas, talia quidem puncta non dari prius demonſtravimus; ideoque, ſi huic hypotheſi innitatur argumentum, impoſſibile erit, ut ullam inferat humano intellectui vim, ad motum convellendum. Si vero per puncta intelligantur ipſa puncta Mathematica, qualia ſcil. ſunt linearum termini, ſectiones, & contactus, haec equidem ut poſſibilia agnoſco; impoſſibile tamen erit ut res quaevis in iis moveatur; quicquid enim movetur, per ſpatium movetur; at punctum Mathematicum alii puncto contiguum

non

non poteſt ſpatium componere, ſed punctum: nam ſicut in Arithmetica mille cyphrae, ſeu nihil millies ſumtum, nihilo aequipollet; ſic in Geometria mille puncta, vel etiam infinita ſimul puncta quantitatem non component, ſed puncto ſeu non quanto aequipollebunt. Unde, cum duo puncta contigua tantum puncto aequantur, lubens agnoſco non poſſe motum per ea fieri; at nihil inde ſequitur abſurdi, motus enim per ſpatium non tollitur, ſed motus per punctum, & abſurdum quidem eſſet, ſi iſtiuſmodi concederetur motus.

Quod de punctis diximus, idem poteſt inſtantibus accommodari, oſtendendo ut magnitudines omnes, ſic etiam tempus eſſe in infinitum diviſibile, ideoque nullam eſſe temporis particulam, quae proprie inſtans dici poteſt, ſeu punctum temporis; ſicut nulla eſt pars lineae quae cum puncto Geometrico coincidit: & ut infinita puncta non lineam componunt, ſed punctum, ſic etiam infinita inſtantia, ſeu temporis puncta, nulli tempori aequantur. Poteſt quidem ſpatium temporis inter diverſa inſtantia dato tempori aequari, at ipſa inſtantia nulli tempori aequalia erunt; tempus enim non ex inſtantibus, ſed ex partibus quae ſunt tempora componitur, nec motus in inſtanti ſed in tempore peragitur.

Sed hiſce nugis valere juſſis ad inſtitutum revertor.

Cum motus de quo acturi ſumus ſit motus localis, res poſtulat ut quaedam de loco & tempore prius diſſeramus. Locus diſtingui ſolet in internum, & externum. Internus locus eſt ſpatium,

tium quod a corpore locato repletur; externus autem is ſolus eſt qui ab Ariſtotele definitur, & dicitur ſuperficies concava corporis ambientis, & locatum continentis.

Clarius fortaſſe diſtinguetur locus, ſicut & ſpatium, in abſolutum, & relativum. Locus abſolutus ſeu primarius eſt ea ſpatii immobilis, permanentis & undique expanſi pars, quae a corpore locato occupatur: Locus relativus ſeu ſecundarius eſt apparens ille & ſenſibilis, qui a ſenſibus noſtris, ex ſitu ad alia corpora, definitur. Cum enim ſpatium ipſum ſit ens ſimilare & uniforme cujus partes videri nequeunt, & per ſenſus a ſe invicem diſtingui, ideo convenit ut corporum loca ad alia corpora referantur, & per diſtantias & poſitiones ad alia iſta corpora determinentur, *v. g.* ponamus aliquem in angulo quovis domus alicujus ſedere; illius locus per diſtantiam, reſpectum & poſitionem quam habet ad alios angulos, parietes, & circumſtantia corpora, quae tanquam immobilia ſpectantur, definietur; & quamdiu quiſquam eundem ſitum & diſtantiam ab hiſce corporibus conſervat, tamdiu in eodem manere loco videbitur. Sic etiam ſi quiſquam in nave ſedeat, ſive quieſcit navis ſive movetur, quamdiu eandem ſervat diſtantiam ab omnibus navis partibus, quae tanquam quieſcentes ſpectantur, & eadem manet ad eas omnes poſitio, idem etiam manebit illius locus relativus.

Quod de loco diximus poteſt etiam ſpatio ſimiliter applicari, ſcil. illud quoque in abſolutum, & relativum diſtingui: Abſolutum dicimus illud, quod ſua natura, abſque relatione ad externum quod-

quodvis, ſemper manet ſimilare & immobile. Relativum autem eſt, quod ad corpora quaedam refertur, per quae determinatur, & menſuratur; cujus nempe partes ad corpora illa eandem ſemper ſervant poſitionem & ſitum, & quarum diſtantia ab iis immutata, eadem ſemper perſeverat.

Spatium relativum idem ſemper magnitudine & figura eſt cum ſpatio abſoluto, non tamen neceſſe eſt ut idem ſemper numero maneat cum eodem: nam in praedicto navis exemplo, ſi navis abſolute quieſcit, in eo quidem caſu ſpatium relativum cum abſoluto coincidit, non magnitudine & figura tantum, ſed etiam & numero; at ſi ponamus navem moveri, ſpatium abſolutum quod intra cavitatem navis continetur, erit in diverſis locis diverſum; at cum ipſa cavitas & figura navis eadem manet, erit ſpatii in ea contenti eadem ſemper & invariata magnitudo, eadem illius figura, & ejus partes ſimiliter ſitae, ad eaſdem navis partes eandem ſemper habent poſitionem & diſtantiam, & proinde idem ſpatium relativum dici debet.

Sic etiam in hypotheſi terrae motae, ſpatium quod intra parietes aedificii continetur, etſi abſolutum ſcil. ſpectando, ſemper mutatur, cum tamen eadem manet aedificii cavitas, eadem figura, & omnes ſpatii contenti partes ſimiles, ad eaſdem aedificii partes eundem ſemper conſervant ſitum; imo cum ad ſpatium aëris noſtri relativum, ſeu etiam ad omnes terrae partes, eandem ſemper obtinet poſitionem, ſpatium illud idem relativum dici poteſt.

Eodem

Eodem modo & tempus diſtingui poteſt in abſolutum, & relativum. Tempus abſolutum aequabiliter fluit, hoc eſt, nunquam tardius, nunquam velocius procedit, ſed abſque omni relatione ad corporis cujuſcunque motum, aequo ſemper labitur tenore. Tempus relativum, ſeu apparens, eſt ſenſibilis durationis cujuſvis per motum menſura; cum enim ipſius temporis fluxus aequabilis ſenſus non afficit, advocandus eſt in ſubſidium motus aequabilis, ut menſura aliqua ſenſibilis, quae illius quantitatem determinet, cujus partes temporis partibus ſemper reſpondeant, & proportionales ſint. Motus autem ille uniformis, qui ad menſuram temporis adhibendus eſt, debet eſſe maxime notabilis, cunctis obvius, & in omnium ſenſus incurrens, qualis vulgo cenſetur apparens ille Solis & Lunae, & reliquorum ſiderum revolutiones; per quas tempus partimur in horas, dies, menſes, & annos. Et ſicut ea tempora aequalia judicamus, quae praeterlabuntur dum mobile aliquod, aequabili velocitate latum, aequalia ſpatia percurrit; ita aequalia etiam dicenda ſunt tempora, quae fluunt dum Sol, vel Luna, revolutiones ſuas ad ſenſum aequales peragunt.

Verum cum, ut hactenus dictum eſt, temporis fluxus accelerari aut retardari nequit, corpora autem omnia nunc incitatius nunc ſegnius moveri poſſunt, nec fortaſſe datur in rerum natura motus perfecte aequabilis; neceſſe eſt ut tempus abſolutum ſit aliquid a motu vere & realiter diſtinctum, nec illius natura magis a motu corporum, quam ab eorundem quiete dependet.

Pona-

Ponamus enim coelum & ſidera ab ipſo mundi exordio immobilia perſtitiſſe, at non ideo ſiſti potuit temporis curſus, ſed illius quieſcentis ſtatus duratio aequalis eſſet tempori quod jam movendo elapſum eſt. Praeterea cum conſtat ex Sacra Hiſtoria, tempore *Joſuae* ſolem in eodem coeli viſibilis puncto per aliquod tempus immotum manſiſſe, non tamen ideo tempus abſolutum perſtitit, & cum ſole rurſus progredi coepit, ſed eodem quo prius celeri praeterlabebatur curſu, quamvis omnia horologia ſciaterica eandem diei horam, per omne illud ſtationis tempus indicabant; & ſic quidem ſubſtitit tempus *apparens* ad ſolis nempe motum relatum, cum *abſolutum* interim uniformiter progrediebatur.

Sic etiam cum & hodie ſolis motus apparens uniformis non eſt, nec ejus revolutio diurna aequabilis eſt, ut omnes agnoſcunt Aſtronomi; ſed aliquando celeriore, aliquando lentiore procedit gradu, ac proinde dies naturalis, νυχθήμερον, ſeu ſpatium temporis una revolutione diurna elapſum, nunc minus, nunc majus evadet; ideoque tempus apparens non eodem, quo tempus abſolutum, progreditur tenore, unde ut ab illo diſtinguatur neceſſe eſt.

Cum tempus abſolutum ſit Quantum uniformiter extenſum & ſua natura ſimpliciſſimum, poteſt per magnitudines ſimpliciſſimas rite repraeſentari, ſeu imaginationi noſtrae proponi; quales imprimis videntur eſſe rectae lineae & circulares, quibuſcum & tempori quaedam intercedunt analogiae. Nam tam temporis, quam re-

ctarum, & circularium linearum partes omnes ſunt ſibi ubique ſimiles & uniformes; & ſicut linea per motum ſeu fluxum puncti generatur, cujus quantitas ab unica pendet longitudine per motum determinata; ita etiam tempus quodammodo cenſeri poteſt inſtantis continuo labentis veſtigium, cujus quantitas ab unica profluit velut in longum exporrecta ſucceſſione, quam ſpatii percurſi longitudo demonſtrat; & proinde optime per fluxum puncti, ſeu rectam lineam, repraeſentari poteſt, quod in ſequentibus ſaepius fiet.

Obſervandum autem nos per temporis vocem intelligere ſpatium illud temporis quo motus tranſigitur, ideoque cum de rebus Phyſicis & motu agendum eſt, rite cum Ariſtotele definiri poteſt, *Menſura motus ſecundum prius & poſterius*; non quidem abſolutam temporis naturam ſpectando, ſed connexionem illam quam motus cum eo habet, ut ſcil. nullum ſpatium a mobili in inſtanti percurri poſſit, ſed ſucceſſive & juxta fluxum temporis omnis motus peragatur, qui igitur cum temporis quantitate comparari poteſt & ab ejus fluxu menſurari.

LECTIO VII.

Definitiones.

I. *Motus eſt continua & ſucceſſiva loci mutatio.*

II. *Celeritas eſt affectio motus, qua mobile datum ſpatium in dato tempore percurrit.*

III. *Quies autem eſt corporis cujuſvis in eodem loco permanentia.*

Hinc ſequitur quietem, motum & celeritatem, ſecundum duplicem loci diſtinctionem, duplices eſſe, abſolutos ſcil. & relativos.

IV. *Motus abſolutus eſt mutatio loci abſoluti, & illius celeritas ſecundum ſpatium abſolutum menſuratur.*

V. *Quies abſoluta eſt permanentia corporis in eodem loco abſoluto.*

VI. *Motus relativus eſt mutatio loci relativi, cujus celeritas ſecundum ſpatium relativum menſuratur.*

VII. *Quies vero relativa eſt permanentia corporis in eodem loco relativo.*

Ex hiſce ſequitur, Primo, poſſe aliquem relative quieſcere, qui tamen ſecundum ſpatium

abſolutum vere & abſolute movetur; *v. g.* ſi aliquis in nave ſedeat, cum eundem retinet locum relativum, eundem ſervat ſitum & diſtantiam ad reliquas navis partes, quae tanquam quieſcentes ſpectantur, ille relative quieſcit; cum tamen interea eodem provehitur motu, eadem celeritate, & ſecundum eandem plagam, qua ipſa navis a ventis defertur; in quo caſu, omnes navis partes eundem inter ſe ſitum ſervantes, ſpectatori intra navem poſito tanquam quieſcentes apparebunt: e contrario, dum ipſa navis movetur, ſpectatori in navi locato litora aliaque corpora extra navem circumjacentia moveri videbuntur, ea celeritate, at verſus contrariam plagam, qua ad ea revera accedit navis, vel ab iiſdem recedit. Hujus apparentiae ratio ex principiis Opticis facile oſtenditur: ea enim corpora ut quieſcentia videmus, quae ad ipſum oculum eaſdem ſemper ſervant poſitiones & diſtantias; quae autem moveri videmus corpora, ea diſtantias ſuas & poſitiones, oculi reſpectu, mutare deprehendimus; vel ut paulo altius rem deducamus:

Cum Optica nos doceat omne corpus, quod videtur, imaginem ſuam ope radiorum a viſibili prodeuntium in ipſo fundo oculi ſeu retina depictam habere; ſequitur, ut ea objecta moveri videantur, quorum imagines in retina moventur; hoc eſt, quae diverſas retinae partes ſucceſſive pertranſeunt, dum quis oculum ſuum immotum ſupponit: at ea objecta tanquam quieſcentia cernuntur, quorum imagines eandem ſemper occupant retinae partem, cum ſcil. imaginum motus

in

in oculi fundo non ſentitur. Atque hinc eſt, quod in nave ſedentes ipſius navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter ſe relative quieſcentes eandem poſitionem & diſtantiam quoad oculum ſervantes, imagines ſuas in iiſdem retinae partibus ſemper depictas habebunt; earum igitur motus non videbitur: at cum ad litora oculos vertat ſpectator, dum ipſa navis movetur, neceſſe eſt ut objectum quodlibet externum ſitum ſuum oculi reſpectu mutet, & proinde ejus imago alias atque alias retinae partes ſucceſſive occupabit; hoc eſt, objectum externum moveri videbitur. Ob eandem rationem, ſi terra circa ſolem vel ſuum axem moveatur, illius motus ab ipſius terrae incolis neutiquam percipietur, cum ſc. aedificia & omnia in terra objecta viſibilia iiſdem ſemper terrae partibus inſidentia, eandem ſemper inter ſe & oculum poſitionem ſervabunt; ſin aſtra aliaque omnia corpora terrae non adhaerentia adſpiciantur, ea ob eandem cauſam, qua prius litora, moveri videbuntur; hoc eſt, ſi terra circa ſuum axem rotetur ab occidente in orientem, ſol & reliqua ſidera ab oriente in occidentem moveri conſpicientur.

Sed terrae motu pauliſper dimiſſo, ad exemplum navis redeamus; ſi navis ſecundum quamcunque directionem feratur, *v.g.* verſus orientem, & aliquis in prora ſedens lapidem verſus occidentem eadem velocitate projiciat, qua ipſa navis ad orientem progreditur; lapis in hoc caſu ſpectatori intra navem moveri videbitur verſus occidentem, & ejus velocitas relativa aequalis erit ipſius navis

celeritati abſolutae; revera tamen lapis quieſcit in ſpatio abſoluto, abſtrahendo a terrae motu & eo omni qui ex gravitate oriri poteſt. Et ſi ponamus aliquem extra navem in aëre pendulum, ille lapidem quieſcentem ſpectabit; cum vero gravis ſit lapis, videbit illum perpendiculariter tantum deorſum motum, nec magis verſus ortum quam occaſum tendentem; vis enim a projiciente in lapidem impreſſa nihil aliud agit, quam deſtruit aequalem vim motus, quae a navi verſus contrariam plagam ipſi communicabatur; moto enim quolibet corpore vel ſpatio, etiam omnia corpora vel corporum particulae intra illud relative quieſcentia, eadem celeritate & ſecundum eandem plagam moventur.

At objiciat aliquis, lapidem e manu projicientis emiſſum in ipſam puppim impingere, eique ictum imprimere; ideoque cum lapis in ipſam puppim irruit, non poteſt non moveri: reſpondeo, verum quidem eſſe eos, qui intra navem verſantur, lapidem in puppim irruentem eamque percutientem conſpicere; at ſi ponatur aliquis extra navem in aëre pendulus, ille non lapidem verſus puppim, ſed puppim in lapidem impingentem videbit, & ictus magnitudo, qui in utrovis corpore recipitur, eadem omnino erit ac ſi navis quieſceret, & lapis revera verſus puppim impelleretur, eadem celeritate, qua puppis ad lapidem accedit. Si enim duo ſint corpora A & B (Tab. 2. fig. 4.) utcunque aequalia, vel inaequalia; eadem erit percuſſionis vis, ſive B cum data celeritate in corpus A quieſcens impingat, vel ſi quieſcat

eſcat B, & A eadem celeritate in ipſum irruit; vel ſi utrumque corpus verſus eandem plagam moveretur, & ſubſequens A celerius motum in ipſum B impingeret; eadem erit quantitas ictus ac ſi B omnino quieſceret, & A ſolum latum eſſet, differentia celeritatum, qua ſcil. ipſius celeritas celeritatem corporis B ſuperabat; vel denique, ſi tam A quam B verſus contrarias partes ferantur, ictus magnitudo eadem fiet, ac ſi unum quieſceret, & alterum motum eſſet cum ea celeritate, quae ſit ſummae priorum velocitatum aequalis. Verbo dicam, eadem ſemper manente velocitate relativa corporum, qua ad ſe invicem accedunt, eadem quoque erit percuſſionis quantitas, quomodocunque verae velocitates partitae ſint, ut in ſequentibus demonſtrabitur. Sed rurſus ad navem redeamus.

Si vis, qua lapis a projiciente emittitur, minor ſit ea quae ex navis motu in hoc caſu recipitur, lapis ipſe revera in eandem, qua ipſa navis, plagam motu ſcil. abſoluto deferetur; hoc eſt, a ſpectatore, quem extra navem in aëre haerentem poſuimus, verſus orientem moveri videbitur, ea celeritate, qua celeritas navis celeritatem motus ab impellentis dextra impreſſi ſuperabat; at in ipſa navi ſedentibus lapis verſus occaſum moveri apparebit, eadem prorſus celeritate, quam à projicientis manu accepit, qua etiam in puppim impingere videbitur.

Sed ſi quis in puppi ſedens lapidem verſus proram projiciat, verus & abſolutus illius motus erit verſus proram ſeu orientem, & a ſpectatore

noſtro extra navem poſito ea celeritate ferri conſpicietur, quae aequalis ſit ſummae duarum celeritatum, illius ſcil. quam a projiciente accepit, & illius quae per motum navis ipſi communicabatur.

Haec omnia hypotheſi terrae motus poſſunt applicari. Si enim terra ſolummodo circa axem ſuum revolvatur ab occidente verſus orientem, & lapis vel globus e tormento projiciatur ad occidentem, ea celeritate qua terra circa axem vertitur; impetus, quem globus ex tormento recipit, contrarium impetum, qui ex terra illi imprimebatur, deſtruet; ideoque in ſpatio abſoluto quieſceret globus, ſecluſo motu ex gravitate orto. Nihilominus qui in terrae ſuperficie degunt & una cum ea revolvuntur, lapidem vel globum verſus occaſum celeriter ferri conſpicient, & ſi murus aliquis ejus motui apparenti objiciatur, eadem vi globum murum ferientem videbunt, ac ſi murus revera quieſceret, & globus contra illum ea celeritate impingeret, quam in eo caſu ab exploſione reciperet; nam eadem, ut dictum eſt, erit ictus quantitas, ſive globus cum determinata celeritate in murum quieſcentem projiciatur, ſive murus in globum quieſcentem eadem celeritate irruat.

Si minor ſit vis, quae in globum per bombardae exploſionem imprimitur, ea quae per diurnum motum terrae illi communicatur, globus revera verſus orientem feretur; at quia ejus velocitas minor eſt ea, qua nos verſus orientem revolvimur, globus a nobis ad occidentem tendere conſpicietur; & obſtaculum quodcunque ejus motui apparenti oppoſitum ea vi ferire videbitur, ac

ſi

ſi revera obſtaculum in eodem ſpatio abſoluto permanſiſſet, & globus in ipſum ea vi, quam a bombarda accepit, impegiſſet. Si deinceps globus verſus orientem explodatur, motus ejus abſolutus erit in orientem, & ejus velocitas in tantum ſuperabit velocitatem, qua ipſa tellus fertur, quanta eſt ea quae globo per bombardam imprimitur, ideoque ea ſola velocitatis differentia in obſtaculum quodcunque irruet, & illud percutiet.

Verum univerſaliter, corporum in dato ſpatio incluſorum idem erunt motus inter ſe, iidem congreſſus, eadem percuſſionis vis, ſive ſpatium illud quieſcat ſive moveatur uniformiter in directum.

Motu, quiete, celeritate, tam abſolutis, quam relativis, prolixe ſatis explicatis, ad alios terminos definiendos accedo.

VIII. *Spatium percurſum eſt via illa, quae a corpore motu ipſius peragratur.*

IX. *Illius longitudo eſt recta illa, quae a centro corporis moti deſcribitur.*

X. *Directio motus eſt recta, qua tendit mobile.*

XI. *Motus aequabilis fit, quando mobile eadem ſemper celeritate omnes longitudinis, ſeu ſpatii percurſi partes, deſcribit.*

XII. *Motus acceleratus eſt, cujus velocitas continuo creſcit.*

XIII. *Motus retardatus eſt, cujus velocitas continuo minuitur.*

XIV. *Motus aequabiliter acceleratus eſt, cui temporibus ſemper aequalibus aequalia accedunt velocitatis incrementa.*

XV.

XV. *Motus aequabiliter retardatus eſt, cujus velocitas temporibus aequalibus ad quietem uſque aequaliter decreſcit.*

XVI. *Momentum (quod & quantitas motus, ſaepe etiam ſimpliciter motus dici ſolet) eſt potentia ſeu vis illa corporibus motis inſita, qua e locis ſuis continuo tendunt.*

XVII. *Impedimentum vero eſt, quod motui obſtat vel reſiſtit, atque illum deſtruit, vel ſaltem minuit.*

XVIII. *Vis motrix eſt potentia agentis ad motum efficiendum.*

XIX. *Vis impreſſa eſt actio in corpus exercita ad ejus ſtatum vel motus vel quietis mutandum.*

Si corpus A quieſcat, & movendum ſit cum data celeritate, vis illa quae ipſi imprimitur, quaque accepta cum data velocitate moveri incipit, dicitur vis impreſſa; in quo caſu a vi motrici non niſi in concipiendi modo differt, eadem enim vis quatenus ab agente procedit, dicitur vis motrix, & quatenus a patiente recipitur, dicitur vis impreſſa; ſic etiam, ſi corpus B moveatur, quaedam determinata requiritur vis ad illius motum minuendum, & quaedam etiam determinata vis neceſſario habenda eſt ad illius motum omnino ſiſtendum; quae cum in corpus B exercetur, vis impreſſa dicitur.

Non ignoro quoſdam Philoſophos quantitatem motus ab illius celeritate non diſtinguere: ea quippe corpora aequales motus habere dicunt, quae aequali celeritate moventur, ſive ipſa corpora

pora aequalia, ſive in aequalia exiſtant, ſive unum ſit exiguum admodum, alterum vero utcunque magnum, modo eadem velocitate utrumque corpus latum ſit, in utroque ſemper eandem motus quantitatem permanere volunt. At non ratio ſolum, verum & experientia docet motum non modo augeri in ratione velocitatis, ſed & etiam in ratione molis ſeu magnitudinis, poſitis corporibus homogeneis ſeu ejuſdem ſpeciei; *v. g.* ſint duo corpora A & B (Tab. 2. fig. 4.) quorum A majus corpus, & B minus, & momentum ſeu quantitas motus ipſius A non tantum majus erit momento ipſius B, ſi A velocius feratur ipſo B; verum ſi utrumque aequali celeritate feratur, erit vis ſeu energia, qua corpus majus A fertur, major ea quam habet corpus B ad ſuum locum mutandum; quia ſcil. vis contraria obſtaculi vel impedimenti major requiritur ad ſiſtendum motum majoris corporis A, quam ea quae neceſſaria eſt ad motum corporis minoris B tollendum; quippe ſi ſit corpus A centum librarum, pondus vero ipſius B unius librae, & ſi aequalis ſit in utroque corpore celeritas, vis quam corpus A exercet, quaque obſtaculum quodvis removere conabitur (& proinde vis impedimenti renitentis & motum illius deſtruentis) multo major erit vi motus corporis B, qua ſcil. impedimentum removere nititur; & illius impedimenti vis quae neceſſario requiritur ad motum ipſius B deſtruendum, minor erit vi impedimenti quae ſufficiens erit ad motum mobilis A auferendum. Verum in ſequentibus theoremata dabimus, quibus motus

quan-

quantitas aeſtimari, & ejus menſura determinari poteſt.

XX. *Vires motrices aequales ſunt, quae ſimiliter agentes aequales motuum quantitates in dato tempore producunt.*

XXI. *Vires contrariae ſunt, quarum lineae directionis ſunt contrariae.*

XXII. *Gravitas eſt vis ferens deorſum, qua corpora recta ad terram tendunt.*

XXIII. *Vis centripeta eſt vis illa, qua corpus ad punctum aliquod, tanquam centrum, continuo urgetur; atque hinc ſequitur gravitatem eſſe vim quandam centripetam.*

XXIV. *Per vim centrifugam autem intelligimus vim, qua corpus aliquod continuo urgetur ut a centro recedat.*

Vires autem hae ſemper aeſtimantur per vires contrarias, quae corpora in eodem ſtatu retinere poſſunt; ſic ſi corpus aliquod filo alligatum circa centrum immobile revolvatur, vis qua a centro recedere conatur, eſt vis centrifuga; actio autem fili renitentis & corpus verſus centrum continuo retrahentis qua fit ut corpus in eodem ſemper circulo retineatur, erit tanquam vis centripeta, vi centrifugae aequalis; ideoque harum virium una per alteram rite aeſtimari poteſt. Sic etiam vis gravitatis alicujus corporis innoteſcit per vim ipſi contrariam & aequalem, qua ipſius deſcenſus impediri poteſt. Poteſt autem vis illa vel eſſe alterius corporis pondus (per mechanicum aliquod

quod inſtrumentum, *e.g.* libram) contrarie agentis vel vis centrifuga quae orietur, ſi corpus illud cum certa quadam & determinata velocitate in circulo circa centrum terrae revolvatur; vel denique poteſt eſſe alterius corporis firmitudo & reſiſtentia, ſupra quod pondus premens incumbit.

XXV. *Quantitas acceleratrix cujuſvis vis eſt menſura velocitatis quam in dato tempore vis illa generat.*

In eadem a terra diſtantia corpora omnia, utcunque inaequalium ponderum, aequivelociter deſcendunt, & proinde aequales ſunt ipſorum vires acceleratrices; in diſtantiis autem inaequalibus inaequaliter, in majori ſcil. minus, in minore magis accelerantur.

LECTIO VIII.

FINITIS definitionibus, ad res minus claras vel terminos minus uſitatos explicandos inſervientibus, ad Axiomata phyſica accedimus. Cum autem philoſophiae naturalis objectum ſint corpora corporumque in ſe invicem actiones, quae non tam facile & diſtincte concipiuntur, quam ſimplices illae magnitudinum ſpecies de quibus tractat Geometria; nollem ut quiſquam in materia phyſica, tam rigidae demonſtrandi methodo inſiſtat, ut principia demonſtrationum, hoc

hoc eſt, axiomata adeo clara & per ſe evidentia poſtulet, ac illa ſunt quae in Geometriae elementis traduntur; talia quidem dari rei natura non permittit. Verum ſufficiat ſi ea adhibeantur, quae rationi & experientiae congrua eſſe deprehendimus, quorum veritas primo quaſi intuitu elucet, quae ſibi ipſis fidem apud non obſtinatos conciliant, & quibus aſſenſum ſuum nemo denegabit, niſi ſe omnino Scepticum profiteatur.

Verum etiam in demonſtrationibus laxiore aliquando argumentationis genere utendum eſt, & propoſitiones adhibendae ſunt non abſolute verae, ſed ad veritatem quam proxime accedentes. *e. g.* Cum demonſtratur omnes ejuſdem Penduli vibrationes in arcubus circuli minoribus factas, aequidiuturnas fore; ſupponitur arcum circuli parvum ipſiuſque chordam eſſe declivitatis & longitudinis ejuſdem: quod tamen, ſi rigidam veritatem ſpectemus, admittendum non eſt; at in phyſica haec hypotheſis tantillum a vero abludit, ut differentia merito ſit negligenda, & diſcrepantia vibrationum quae ex illa differentia oritur omnino inſenſibilis evadit, uti experientia teſtatur. Sic etiam inſignis Philoſophus & Geometra *D. Gregorius* in *Elementis Catoptricis & Dioptricis* laxiorem Geometriam adhibet, lineas & angulos tanquam aequales aſſumendo, qui revera inaequales ad aequalitatem quam proxime accedunt. Atque ſic pulcerrima ſolvit problemata phyſica, quae alias intricatiſſima futura ſunt. Sed etiam ipſi *Newtono* aliquando arridet haec methodus; ut videre eſt

in

in prop. 3. lib. 2. Philoſophiae naturalis princip. Math.

Si qui vero ſint, qui contra iſtiuſmodi principia & demonſtrationes pertinacem obfirmant animum, & propoſitionibus ſatis manifeſtis ſe expugnari non patiuntur, hos ut ſupina ſua ignorantia gaudeant relinquimus, nec dignos eſſe qui ad veram phyſicam admittantur cenſemus.

AXIOMATA.

I. *Non entis aut nihili nullae ſunt proprietates aut affectiones.*

II. *Nullum Corpus poteſt naturaliter in nihilum abire.*

III. *Omnis mutatio corpori naturali inducta ab agente externo procedit; corpus enim omne eſt iners materiae moles, & nullam ſibi ipſi mutationem inducere valet.*

IV. *Effectus ſunt cauſis ſuis adaequatis proportionales.*

V. *Cauſae rerum naturalium eae ſunt, quae ſimpliciſſimae ſunt, & phaenomenis explicandis ſufficiunt: nam natura methodo ſimpliciſſima & maxime expedita ſemper progreditur; hiſce enim operandi modis ſe melius prodit Sapientia Divina.*

VI. *Effectuum naturalium ejuſdem generis eaedem ſunt cauſae; ut deſcenſus lapidis & ligni ab eadem cauſa procedit; eadem quoque eſt cauſa lucis & caloris in ſole & in igne culinari; reflexionis lucis in terra & planetis.*

VII.

VII. *Quae duae res ita inter ſe connexae ſunt, ut ſeſe perpetuo comitentur, & quarum una mutata vel ſublata, altera quoque ſimiliter mutetur vel tollatur, vel harum una alterius cauſa eſt, vel utraque ab eadem cauſa communi provenit.*

Sic ſi ſit Acus magnetica circa axem verſatilis, cui magnes admoveatur, & circa eandem revolvatur; acus etiam continuo eodem tenore movebitur, & ſi ſiſtatur magnetis motus, ſubſiſtet quoque ipſius acus circulatio, & rurſus cum ipſo magnete revolvi incipiet; unde nemo dubitat quin acus vertigo ab ipſius magnetis motu dependeat. Sic etiam cum fluxus & refluxus maris in eodem loco ſemper fiat, cum Luna ad eundem circulum horarium pervenerit, & ejus motum continuo comitetur; periodus nempe aeſtuum periodo motuum lunarium ita praeciſe reſpondet, ut nulla a tot ſeculis notata ſit aberratio, retardantur enim minutis 48 in ſingulos dies, & in ſyzygiis Lunae cum Sole ſemper fit aeſtus maximus, in quadraturis minimus; unde agnoſcendum eſt maris fluxum a motu lunae & ipſius ſitu reſpectu ſolis pendere.

VIII. *Moto corpore quovis ſecundum quamcunque plagam, omnes ejuſdem particulae, quae in ipſo relative quieſcunt, eadem velocitate ſimul ſecundum eandem plagam progrediuntur; hoc eſt, moto loco relativo, movebitur quoque locatum.*

IX. *Aequales materiae quantitates eadem velocitate latae aequalia habebunt momenta ſeu motuum quantitates.*

Nam

Nam momentum cujuſque corporis eſt ſumma momentorum omnium particularum corpus illud componentium; & proinde, ubi aequales ſunt particularum magnitudines & numeri, aequalia erunt momenta.

X. *Vires aequales & contrariae in idem corpus agentes mutuum effectum tollunt.*

XI. *Ab inaequalibus autem & contrariis viribus producitur motus aequipollens exceſſui praepollentis.*

XII. *Motus a viribus conſpirantibus, hoc eſt, ſecundum eandem directionem agentibus, productus aequipollet earundem ſummae.*

XIII. *Aequipollens ſi vel augeatur vel contrarium minuatur, fit praepollens.*

Qui mechanice Philoſophari volunt duo ſequentia adhibent Effata.

XIV. *Omnis materia eſt ejuſdem ubique naturae, & eadem habet eſſentialia attributa, ſive in coelis ſit, ſive in terris, ſive appareat ſub forma corporis fluidi, ſive duri, aut alius cujuſvis; hoc eſt, materia cujuſvis corporis,* e. g. *ligni a materia alius cujuſvis non eſſentialiter differt.*

XV. *Diverſae autem corporum formae non ſunt niſi diverſae modificationes ejuſdem materiae; & a varia particularum corpora componentium magnitudine, figura, textura, poſitione, & caeteris modis pendent.*

XVI. *Sic etiam qualitates ſeu actiones, vel potentiae quorundam corporum in alia corpora ori-*

untur ſolum ex prioribus affectionibus & motu conjunctim.

Ponunt autem Philoſophi materiam eſſe omnium formarum & qualitatum commune ſubſtratum, quae ad omnes ſe indifferenter habet, cum ſit omnium capax, & eadem ſemper manet ſub quibuſcunque appareat formis, unde & a Peripateticis materia prima nuncupatur.

Quamvis vero formae & qualitates ipſi materiae ſunt prorſus accidentales, ad corpus tamen, quod ex forma & materia ſimul junctis coaleſcit, neceſſario & eſſentialiter pertinent; *v. g.* quamvis materia ligni prorſus ſit indifferens ad hanc vel illam formam, ſeu particularum figuram & texturam, quibus infinitis modis variatis eadem ſemper manet, non tamen poteſt lignum ſubſiſtere ſine determinata illa particularum modificatione, quae formam lignei corporis conſtituit, qua ſublata perit lignum, & eadem materia in alius generis corpus tranſit. Quod autem in particularum modificatione forma corporis lignei conſiſtit, patet ubi lignum igni immittitur & materia forma illa privatur; nam per vim ignis diſſolvitur particularum nexus & textura, & harum pars quaedam in fumum & vapores tranſit, alia in cineres reducitur.

Multa a Philoſophis proferuntur exempla, ut oſtendant varias particularum ejuſdem materiae magnitudines, figuras & texturas, varias producere corporum formas, & ex variis etiam ipſarum motu & poſitione varias oriri qualitates; quorum aliqua hic adducemus.

Primo,

Primo, cum per calorem ſolis aqueae particulae rarefiant, ex mari ad ſupremum fere aëra ſub forma vaporum evehuntur, at recens haec forma non aliunde provenit quam ex partium mutato ſitu; per rarefactionem autem fit, ut aqueae particulae plura & patentiora forte contineant in ſe ſpatiola, vel omnino vacua, vel puriſſimo tantum aethere repleta; unde harum materia majus occupans ſpatium, quam aequalis materiae aëriae quantitas, aëre redditur minus intenſive gravis, & proinde ſurſum trudetur, eodem modo quo ſuber ſub aqua demerſum: nec unquam conſiſtunt vapores donec ad aërem ejuſdem gravitatis perveniunt, ubi relative quieſcunt, & nubes quae mille figuras imitantur componunt.

Mox, ubi per ventorum curſum aer minus gravis redditur, vapores eandem retinentes gravitatem neceſſario ſubſident, & in caſu ſuo per aëris reſiſtentiam condenſati, & in minus ſpatium coacti formam priorem amittunt, & in terram cadentes pluviae ſpeciem induunt.

Multo maxima hujus pars per fluvios ad mare deducitur, iterum in vapores abitura; pars vero aliqua terrae ſe immiſcet, & ibi depoſita arborum herbarumque radices, & ſemina ingreditur, e quibus in alias plane & novas corporum ſpecies aſſurgit. Et eadem quidem pluvialis aqua diverſa corpora componit, prout diverſa ingreditur rerum ſemina; quaedam ſcil. tranſit in plantagines, quaedam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, ornos, fagos, & alias quamplurimas arborum & plantarum ſpecies.

Nec in eadem planta omnino ſimilaris manet eadem pluvia, cum plantae omnes ex innumeris heterogeneis conſtent partibus; ſic in lino, *e.g.* alia eſt forma radicis, alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum, alia ſeminis, alia capſularum ſemen continentium.

Varia quoque eſt in eodem lino vaſorum ſtructura, (non aliter enim ac in corpore animato, quaelibet planta ſua habet vaſa humorum circulationi inſervientia) ſed & diverſis omnino gaudent hae partes proprietatibus: caulis *e.g.* eſt corpus lignoſum, & poſt exſiccationem valde friabile, dum cortex ſeu membranula caulem operiens, ex oblongis, tenuiſſimis & plicabilibus conſtat fibris varie inter ſe connexis.

Hanc membranam a caule ſua ſeparant linifices; & poſtquam mille tractaverunt modis, fibras ejus in oblonga contorquent fila; mutataque particularum poſitione & ſitu, aliam ſane & longe diverſam ſubeunt fibrillae formam ab ea, quam in viridi habebant planta.

Mox in ſe convoluta fila, iiſdem manentibus particulis ipſorum minimis, glomorum ſpecies praebent. Fila haec varie inter ſe connectunt & texunt linteones, & arte ſua telas ex illis componunt, quae veſtimenta hominibus praebent. Haec denique in linteola redacta aquae immittuntur, & malleis ligneis in mollem quaſi pulpam rediguntur, quae tandem, exſiccato humore aqueo, in formam papyri tranſmutatur, quae ſi igni immittatur partim in tenuiſſimum pulverem, partim in fumum evaneſcit.

At

At hae omnes tam multifariae ſub quibus eadem materia apparet formae, non niſi ex particularum mutata figura, magnitudine & textura proveniunt, & ab his ſolummodo pendent.

Sic ſi metalla liquantur, ignis vi partium cohaerentia diſſolvitur, & particulae metallicae a ſe invicem ſeparatae, rapidiſſimo cientur motu, quo fit ut formam corporis fluidi induant.

Hinc etiam (ut videtur) oritur illa ſalium & metallorum in menſtruis diſſolutio; per fermentationem enim ſeparantur partes a ſe invicem, & in minima reſolutae ipſius fluidi agitantur motu, unde tanquam corpora fluida apparebunt. Ex hiſce corporum ipſorumque partium figuris, & reliquis modificationibus plurimi oriuntur effectus, plurimae qualitates ſingulis corporum generibus propriae, quas perire neceſſe eſt, ſi partium conſtitutio mutetur. Sic ex eadem materia *v. g.* ferro formantur claves, cultri, limae, ſerrae, & alia innumera inſtrumenta ad varios uſus accommodata; quorum qualitates & effectus ex ſolis pendent eorundem figuris; unde enim clavi potentia ſua ad oſtium reſerandum, niſi ab ipſius figura, magnitudine, & partium congruitate cum partibus ſerae cui immittitur? unde cuneis & cultris potentia ad corpora findenda? nonne hanc ex ſola ipſarum figura provenire demonſtratum eſt a Mechanicae ſcriptoribus? unde fiunt motus in automatis tam regulares, niſi ex rotis inter ſe diſpoſitis, ſibi invicem adaptatis & commiſſis? unde denique fit, ut per machinas artificiales tanti effectus producantur? certe ra-

tio non aliunde quam ab ipſarum fabrica petenda eſt.

Nec minus partium ſuarum conſtitutioni & modificationi debent corpora naturalia, quam artificialia; omnes enim ipſorum operationes non niſi ex motu, ſitu, ordine, figura & poſitione corpuſculorum procedunt, quibus in quovis corpore mutatis, mutantur etiam eo ipſo iſtius corporis qualitates.

Si corporis ſuperficies ſit ſcabra & aſpera lucem in ipſam incidentem undequaque reflectit; propterea quod partes ſuperficiales lucem excipientes & remittentes non omnes in una atque eadem ſuperficie regulari, ſed infinitis fere iiſque diverſis locantur planis; unde lucem in varia haec plana incidentem undique etiam reflecti neceſſe eſt. Hinc glacies, quae cum integra & polita ſit, nullius fere eſt coloris, in partes tamen contuſa, ſeu aſperam & anguloſam habens ſuperficiem, alba apparet, ſcil, cum lumen copioſe & in omnes partes reflectit. Eadem quoque eſt ratio albeſcentis aquae cum in ſpumam vertitur.

Ea autem eſt plerorumque corporum viſibilium ſtructura, ut eorum ſuperficies partem radiorum in ſe incidentium ſuffocare, partem remittere poſſint; ſi ſuperficies ita ſint comparatae, ut omnia radiorum genera aequaliter reflectant, vel aequaliter ſuffocent, erit illorum color vel albus, vel niger, vel ſubfuſcus, inter album & nigrum medius; nam color albus non aliter differt a nigro, quam quod alba corpora plurimos reflectant omne genus radios, nigra autem pauciſſimos,

ciſſimos. Hoc patet ex umbra corporis opaci, quae ſole lucente in parietem album projicitur; pars enim in qua umbra verſatur, cum multo pauciores quam reliquae omnes excipiat radios, multo pauciores quoque reflectit, ideoque reliquarum reſpectu nigra apparet. At ſi partes illae reliquae non plures reciperent radios, quam ea ubi umbra projicitur, tunc ubique idem foret color, nempe albus.

Si talis ſit ſuperficiei textura, ut aliquod radiorum genus copioſius, & reliqua omnia parcius, reflectat, ſuperficiei color ad eum accedet, qui ex radiis magis copioſe reflexis oritur; hoc exinde demonſtrari poteſt quod ejuſdem objecti varius erit color, prout varia excipit radiorum genera (reliquis interceptis,) ut primus invenit Sagaciſſimus *Newtonus*. Sic ſi per trigonum vitreum radii rubri (ſic enim vocitare licet colorem rubrum producentes) in objectum caeruleum projiciantur, objectum ſuum mutabit colorem, & rubrum induet; ſin flavos tantum excipiat radios, tunc ejus color in flavedinem vertetur; ſi caerulei incidant radii, caeruleus apparebit; & color ille caeteris omnibus coloribus vividior erit, eo quod horum radiorum multo plures reflectit, & pauciores ſuffocat quam reliquorum.

Si ſuperficies corporis ſit exacte polita, hoc eſt, nulla aſperitate & ſcabritie impedita, & radios ſatis confertos reflectat; haec radios ab objecto quovis prodeuntes, & in ipſam incidentes ita reflectet, ut objecti illius imaginem conſpiciendam praebeat. Et ob eam cauſam corpora

iſtiuſmodi ſuperficies habentia, *Specula* vocantur. Si ſpeculum ſit planum, imago erit objecto aequalis, & pone ſpeculum invenietur, ad diſtantiam aequalem ei quam habet radians ante ipſum; ſi ſuperficies ſit concava ſphaerica, & objectum radians magis diſtat ab ſpeculoquam $\frac{1}{2}$ diametri ſphaerae, imago in aere pendula inter radians & ſpeculum apparebit, & ipſo quidem objecto minor erit; ſi radians in centro locetur ibi quoque erit ejus imago ipſi ſpeculo aequalis; ſi ultra centrum verſus ſpeculum progreditur radians, ita ſcil. ut major ſit ipſius diſtantia ab eo quam $\frac{1}{4}$ diametri, imago a ſpeculo ultra centrum tranſcurret, & radiante major erit: cum autem radians ad diſtantiam aequalem $\frac{1}{4}$ diametri pervenerit, tum imaginis diſtantia infinita evadet; ſi autem tantillo propius ad ſpeculum accedat, imago erit pone ſpeculum ipſo radiante major. Omnia haec tam diverſa phaenomena ex ſola mutata diſtantia proveniunt, caeteris omnibus in eodem ſtatu manentibus.

Videamus jam varios illos & prorſus contrarios effectus, qui ex ſolo mutato ſitu ſeu poſitione oriuntur, aliis rebus omnibus eodem ſtatu exiſtentibus, praeter ea quae ex mutatione ſitus dependent.

Omnes jam agnoſcunt Philoſophi Solem in centro hujus Syſtematis quieſcere, Terram autem, reliquorum planetarum inſtar, circa ipſum ſpatio annuo deferri; ita autem Terra circa Solem movetur, ut axis ejus non ad orbitae ſuae planum normalis, ſed ad ipſum inclinatus angulo $66\frac{1}{2}$ ſibi

ſemper

ſemper parallelus maneat. Et propter hunc parallelismum & inclinationem, neceſſe eſt ut Terra aliquando unum ipſius polum Soli obvertat, aliquando alterum, & proinde Terrae partes omnes varios ſubibunt ad Solem ſitus. Ex hac ſitus mutatione dependent omnes illae tempeſtatum viciſſitudines quae ſingulis annis obveniunt, ſcil. aeſtas, hyems, ver & autumnus; ſi enim axis Terrae ad planum ſuae orbitae normalis eſſet, tunc nullae forent temporum mutationes, nullae dierum & noctium differentiae, ſed quaelibet Terrae pars radiorum Solarium aequales vires eodem ſemper exciperet modo.

Cum autem ſingulae Terrae partes, Solis reſpectu, ſitum ſuum continuo mutent, & ejuſdem radios nunc magis obliquos, nunc minus, nunc breviore, nunc diuturniore tempore excipiant, diverſae & prorſus contrariae exinde oriuntur phaſes. Autumno ſcil. exareſcunt ſegetes, & fructus matureſcunt, paulatim tamen viridem & amoenam faciem deponunt campi, & decidunt arboribus folia. Mox, ingruente hyeme, frigent & horrent omnia, nix tegit alta montes, cujus onere depreſſae laborant ſylvae; imo, quod mirum eſt, ipſae maris aquae ſtabiles & firmae redduntur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus & caſtra gerit.

Terra autem orbem ſuum continuo percurrente, quaelibet ejus pars Solis reſpectu ſitum mutat, & quae prius averſa, nunc Solem reſpicere incipit; quod dum fit, diffugiunt nives, redeunt gramina campis, & ſua arboribus folia; nec ſtabulis jam gaudet

det equus, nec arator igne, ſed nova prorſus & laeta apparet rerum facies, & annus per aeſtatem ad autumnum revolvitur.

Cum jam tot diverſi, tot contrarii eveniunt effectus ex ſola ſitus mutatione, & tam varia ex hac conſequuntur phaenomena, caeteris omnibus cauſis iiſdem manentibus, certe ex poſitione, diſtantia, magnitudine, figura & ſtructura partium corpora componentium, ex effluviorum motu & ſubtilitate, ex corporum congruitate & eorum ad alia corpora reſpectu, ex hiſce (inquam) omnibus varie & infinitis fere modis junctis & ſimul combinatis, infinite propemodum diverſae provenire poſſunt corporum formae, affectiones, & in ſe invicem operationes, nec quicquam in natura conſpiciendum eſt quod ex hiſce non pendet. Si enim haec mutentur, mutabuntur ſimul corporum formae, qualitates & operationes. *e. g.* Conſtat attractiones & directiones magneticas ex partium ſtructura oriri; nam ſi ictu ſatis valido magnes percutiatur, quo partium internarum poſitio mutetur, mutabitur etiam eo ipſo magnetis polus. Et ſi igni immittatur magnes, quo interna partium ſtructura mutetur, vel prorſus deſtruatur, tunc amittit omnem priorem virtutem, & ab aliis vis differt lapidibus.

Etiamſi autem generaliter oſtenſum ſit operationes magneticas ab interna partium conſtitutione quodammodo provenire, modus tamen operandi, ex mechanicis & intellectu facillimis principiis deductus, non adhuc inventus eſt. Quodque nonnulli de effluviis, materia ſubtili, particulis, po-

ris

ris magnetis adaptatis, *&c.* generaliter praedicant, minime nos ad claram & diſtinctam harum operationum explicationem deducit: ſed, omnibus hiſce non obſtantibus, virtutes magneticae inter occultas qualitates reponendae ſunt.

Ex dictis ſequitur, qualitates corporum quae a formis non pendent, quaeque eadem manente materiae qualitate intendi & remitti nequeunt, ſed omnibus inſunt corporum generibus, in quibus experimenta inſtituere liceat, eſſe qualitates omnium corporum univerſales. Cum enim ex forma ſeu modificationibus corporum non proveniant, oportet ut ab ipſa dependeant materia; ſed cum omnis materiae eadem ſit natura, & pars ipſius quaevis ab alia non niſi per modos differat, erunt qualitates ex hiſce modis productae in omni materia eaedem.

LECTIO IX.

Theoremata de Motus Quantitate, & Spatiis a mobilibus percurſis.

THEOR. I.

IN comparandis corporum motibus, ſi mobilium quantitates materiae aequales ſint, erunt momenta ſeu motuum quantitates, ut velocitates.

Sint

Sint A & B (Tab. 2. fig. 5.) duo mobilia aequales habentia materiae quantitates, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momenta ſeu quantitatem motus in mobili A, eſſe ad momentum ſeu quantitatem motus in mobili B, ut celeritas C ad celeritatem *c*: ſi enim vis aliqua imprimenda ſit corpori A, ad illud movendum cum data velocitate C, dupla habenda eſt vis ad movendum corpus B cum dupla velocitate, & tripla adhibenda eſt vis ad illud movendum cum tripla velocitate, & dimidia tantum vis neceſſaria eſt ad movendum B cum dimidia velocitate, & ſic de caeteris multiplicibus, vel ſubmultiplicibus; *i. e.* cum (per axioma 4) effectus ſint cauſis ſuis adaequatis proportionales, ſi vis, quae adhibetur ad corpus B movendem, ſit dupla iſtius quae applicatur ad A movendum, erit quoque illius momentum hujus momenti duplum; ſi tripla habenda eſt vis, erit quoque motus corporis B motus ipſius A triplus; ſi dimidia tantum vis corpori B imprimatur, erit ejus momentum dimidium momenti ipſius A: hoc eſt, cum velocitas corporis A ſit univerſaliter ad velocitatem ipſius B, ut vis impreſſa corpori A, ad vim ipſi B impreſſam, & ut vis impreſſa mobili A ad vim impreſſam corpori B, ita momentum ſeu quantitas motus in A, ad momentum ſeu quantitatem motus in B, erit velocitas mobilis A ad velocitatem mobilis B ut motus ipſius A ad motum mobilis B. *Q. E. D.*

Cor. Si momenta ſint ut velocitates, erunt quantitates materiae in corporibus motis aequales.

THEOR.

THEOR. II.

In comparatis motibus, ſi celeritates ſint aequales, erunt corporum momenta ſeu motuum quantitates, ut quantitates materiae in iiſdem, vel ſi mobilia ſint homogenea, ut ipſorum magnitudines.

Sint duo mobilia A & B (Tab. 2. fig. 4.) quorum utrumque feratur eadem celeritate C; dico momentum corporis A eſſe ad momentum corporis B, ut quantitas materiae ipſius A ad quantitatem materiae ipſius B. Si enim materiae quantitas in A dupla ſit iſtius quae eſt in B, dividi poteſt A in duas partes, quarum utralibet tantum habebit materiae, ac proinde (per axioma 9) tantum motus, quantum habet B; cum ſcil. eadem velocitate utrumque corpus feratur: ideoque erit momentum corporis A momenti corporis B duplum. Si materiae quantitas in A tripla ſit ejus quae eſt in B, dividi poteſt A in tres partes, quarum unaquaeque habebit motus quantitatem, aequalem ei quae eſt in B: & univerſaliter, quamcunque proportionem habet materia in A, ad materiam in B, eandem habebit rationem momentum ipſius A, ad momentum ipſius B, ſi modo eadem velocitate utrumque corpus latum fuerit.

Si corpora homogenea ſint, erunt quantitates materiae, ut ipſorum magnitudines ſeu moles, ac proinde ipſorum motus erunt etiam in eadem magnitudinum ratione.

Cor.

Cor. Si momenta ſint ut quantitates materiae, erunt celeritates corporum aequales.

Theor. III.

In comparatis motibus quorumcunque corporum, momentorum ratio componitur ex rationibus quantitatum materiae & celeritatum.

Sint duo mobilia quaecunque A & B (Tab. 2. fig. 6.) & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum ipſius A eſſe ad momentum ipſius B, in ratione compoſita ex ratione quantitatis materiae in A, ad quantitatem materiae in B, & ratione celeritatis corporis A, ad celeritatem corporis B. Ponatur corpus tertium G, quod materiam habet aequalem ei quae eſt in A, ſed moveatur celeritate corporis B. Conſtat ex Elementis rationem momenti corporis A, ad momentum corporis B, compoſitam eſſe ex ratione momenti corporis A, ad momentum corporis G, & ratione momenti corporis G ad momentum corporis B; ſed [per Theor. 1.] momentum corporis A, eſt ad momentum corporis G, ut celeritas C eſt ad celeritatem *c*, & cum G & B eadem celeritate feruntur, momentum corporis G erit ad momentum corporis B, ut materiae quantitas in G (vel A) ad quantitatem materiae in B. Ideoque erit quoque momentum corporis A, ad momentum corporis B, in ratione compoſita celeritatis C ad celeritatem *c*, & quantitatis

titatis materiae in A (vel G) ad quantitatem materiae in B. *Q. E. D.*

Cor. 1. Si corpora ſint homogenea, momentorum ratio erit compoſita ex ratione magnitudinum & celeritatum.

Cor. 2. Si fiat ut A ad B (Tab. 2. fig. 7.) hoc eſt, ut materiae quantitas in A ad quantitatem materiae in B, ita recta D ad rectam E, & compleantur rectangula ſub D & C, & ſub E & *c*, erit momentum mobilis A ad momentum mobilis B, ut rectangulum D C ad rectangulum E *c*.

Nam quia eſt ut A ad B, ita D ad E, erit ratio compoſita ex rationibus A ad B, & C ad *c* aequalis rationi compoſitae ex rationibus D ad E, & C ad *c*; ſed (per 23. El. 6.) ratio compoſita ex rationibus D ad E, & C ad *c* aequalis eſt rationi rectanguli D C ad rectangulum E *c*, & [per Theor. hoc tertium] ratio momenti mobilis A ad momentum mobilis B aequalis eſt rationi compoſitae ex rationibus A ad B, (ſeu D ad E) & C ad *c*; quare erit ut rectangulum D C ad rectangulum E *c*, ita momentum mobilis A ad momentum mobilis B. Cujuſvis igitur corporis momentum conſiderari poteſt tanquam rectangulum factum ex ductu molis vel quantitatis materiae in eodem contentae in ejuſdem celeritatem.

Cor. 3. Quare quaecunque demonſtrata ſunt de horum rectangulorum proportione, eadem quoque vera erunt de corporum momentis, hiſce rectangulis proportionalibus; *v. g.* ſi ſit ut D ad E, (vel ut A ad B) ita *c* ad C, erunt in eo caſu mobilium momenta aequalia; rectangula enim

paral-

parallelogramma, latera reciproce proportionalia habentia, ſunt aequalia [per 14. El. 6.] & e contrario, ſi rectangula ſint aequalia, erunt latera reciproce proportionalia; hoc eſt, ſi quantitates materiae, ſeu in corporibus ejuſdem generis, eorundem magnitudines ſint celeritatibus reciproce proportionales, erunt momenta aequalia; & converſim, ſi momenta ſint aequalia, erit ut materiae quantitas in uno ad quantitatem materiae in altero, ita reciproce hujus celeritas ad illius celeritatem; hinc etiam demonſtratur ſequens

THEOR. IV.

In comparatis motibus, celeritatum ratio componitur ex ratione directa momentorum, & reciproca quantitatum materiae.

Sint duo mobilia A & B (Tab. 2. fig. 8.) & feratur A celeritate C, B vero celeritate *c*. Dico eſſe C ad *c*, hoc eſt, celeritatem unius A ad celeritatem alterius B, in ratione directa momenti corporis A ad momentum corporis B, & ratione reciproca materiae in A ad materiam in B (*i. e.* directe ut materia in B ad materiam in A.) Fiat ut A ad B (Tab. 2. fig. 9.) ita recta EI ad rectam KG; & fiat IL aequalis C; GH vero aequalis *c*; & compleantur rectangula EL, KH. Per ſuperius dicta rectangula EL, KH repraeſentabunt momenta mobilium A & B reſpective; ad GH applicetur rectangulum HN, aequale rectangulo EL. Cum igitur HN aequale ſit EL, erit [per

[per 16. El. 6.] IL ad GH, ut GN ad EI; ſed ratio GN ad EI aequalis eſt rationi GN ad GK, & GK ad EI; hoc eſt, aequalis rationibus rectanguli HN (vel EL) ad KH rectangulum, & GK ad EI: quare erit celeritas C (vel IL) ad celeritatem *c* (vel GH) in ratione compoſita ex ratione momenti EL ad momentum KH, & materiae GK ad materiam EI; hoc eſt, velocitas cujuſque corporis ſemper eſt ut illius momentum applicatum ad ejuſdem materiam. *Q. E. D.*

Simili prorſus ratiocinio colligitur, corporis cujuſque materiam eſſe ſemper ut momentum ad ejuſdem velocitatem applicatum.

Atque haec de corporum momentis. De proportione ſpatiorum a mobilibus emenſorum ſequentia etiam vulgo demonſtrantur Theoremata.

THEOR. V.

In comparatis motibus, ſi mobilium celeritates ſint aequales, erunt ſpatia ab illis percurſa, directe ut tempora quibus peraguntur motus.

Percurrat mobile longitudinem AB (Tab. 2. fig. 10.) tempore T, motu aequabili & uniformi; item idem, vel aliud mobile eadem velocitate latum, percurrat longitudinem CD, tempore *t*; dico lineam AB eſſe ad lineam CD, ut tempus T ad tempus *t*. Etenim ſi tempus T ſit duplum ipſius *t*, poteſt illud dividi in duas partes, quarum unaquaeque aequalis erit *t*, ideoque ſingula ſpatia, aequalibus hiſce temporis partibus,

eadem celeritate percurſa, aequalia erunt ſpatio percurſo in tempore t; & duo ſpatia, ſimul ſumta ſpatii tempore t percurſi dupla erunt: eodem modo, ſi T ſit triplum ipſius t, dividi poteſt T in tres partes aequales, & ſpatia ſingulis hiſce temporibus percurſa, aequalia erunt ſpatio tempore t percurſo; ac proinde tria ſpatia ſimul ſumta, ſpatii tempore t percurſi tripla erunt; idem de aliis multiplicibus & ſub-multiplicibus oſtendi poteſt; quare univerſaliter, quamcunque proportionem habet T ad t, eandem habebit ſpatium percurſum A B ad ſpatium percurſum C D. *Q. E. D.*

Cor. Si tempora ſint ut ſpatia percurſa, celeritates ſunt aequales.

THEOR. VI.

In comparatis motibus, ſi motuum tempora aequalia ſint, ſpatia percurſa erunt ut celeritates.

Percurrat mobile aliquod, in dato tempore, longitudinem A B (Tab. 2. fig. 11.) celeritate C; & in eodem vel aequali tempore, percurrat idem vel aliud mobile, longitudinem D E, celeritate c; dico lineam A B eſſe ad lineam D E, ut celeritas C eſt ad celeritatem c. Si enim celeritas C ſit dupla ipſius c, erit ſpatium A B percurſum celeritate C, duplum ſpatii D E percurſi celeritate c: ſi celeritas C ſit tripla ipſius c, erit quoque A B longitudo, ipſius D E longitudinis tripla: ſi C ſit dimidia ipſius c, erit A B ipſius D E dimidia; & uni-

univerſaliter, cum aequalia tempora in percurrendis lineis inſumantur, quamcumque proportionem habet celeritas C ad celeritatem *c*, eandem habebit longitudo percurſa AB ad longitudinem percurſam DE. *Q. E. D.*

Cor. Si celeritates ſint ut ſpatia percurſa, tempora erunt aequalia.

Poterant duo prima Theoremata, item quintum & hoc ſextum, univerſaliter per aequimultiplicia, Euclidis methodo, demonſtrari; verum cum per ſe adeo clara ſint, ut inter axiomata reponi poſſint, vix tanto demonſtrationis apparatu indigent.

THEOR. VII.

Longitudines percurſae ſunt in ratione compoſita ex rationibus temporum & celeritatum.

Sit linea AB (Tab. 2. fig. 12.) peragrata celeritate C, tempore T; & linea DE celeritate *c*, tempore *t*; dico rationem AB ad DE compoſitam eſſe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & ratione temporis T ad tempus *t*. Ponatur linea FG percurri tempore T, celeritate *c*; conſtat AB eſſe ad DE, in ratione compoſita ex rationibus AB ad FG, & FG ad DE. Sed, quia AB & FG eodem tempore percurrantur; erit [per Theor. 6.] AB ad FG, ut celeritas C ad celeritatem *c*: cum vero mobilia eadem celeritate deſcribunt lineas FG & DE, erit [per Theor. 5.] FG ad DE, ut T tempus ad *t* tempus; quare,

 cum

cum ratio AB ad DE componitur ex rationibus AB ad FG, & FG ad DE; erit etiam compoſita ex rationibus, quae ſunt hiſce rationibus aequales, nempe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & temporis T ad tempus *t*.

Cor. 1. Si fiat HK (Tab. 2. fig. 13.) aequalis C, HI aequalis T, item MN aequalis *c*, & MO aequalis *t*, & compleantur rectangula parallelogramma HL, MP; erit AB ad DE, ut rectangulum HL ad MP rectangulum; nam [per 23. El. 6.] eſt rectangulum HL ad rectangulum MP, in ratione compoſita ex rationibus HK ad MN, & HI ad MO; ſed [per praecedens Theorema] ſpatium percurſum AB eſt ad ſpatium percurſum DE, in ratione ex iiſdem rationibus compoſita; unde ſpatia haec percurſa conſiderari poſſunt, tanquam rectangula facta ex temporibus in celeritates ductis.

Cor. 2. Si igitur ſpatia percurſa ſint aequalia, erit quoque rectangulum ſub celeritate & tempore quibus unum ſpatium tranſigitur, aequale rectangulo ſub celeritate & tempore quibus alterum peragratur ſpatium; & proinde erit ut celeritas ad celeritatem, ita reciproce tempus ad tempus [per 14. El. 6.] hoc eſt, ſi ſpatia percurſa ſint aequalia, tempora erunt reciproce ut celeritates.

THEOR. VIII.

In comparatis motibus, temporum ratio componitur ex directa ratione longitudinum, & reciproca celeritatum.

The-

Theorema hoc demonſtrari poteſt eodem modo ex praecedenti, quo quartum ſequitur ex tertio; perſpicuitatis autem gratia ſic breviter oſtenditur. Percurratur tempore T longitudo A B, celeritate C (Tab. 2. fig. 14.) item tempore *t* longitudo D E percurratur, celeritate *c*; dico tempus T eſſe ad tempus *t* in ratione compoſita ex directa ratione longitudinis A B ad longitudinem D E, & reciproca celeritatis C ad celeritatem *c*. Sit K tempus, quo percurri poteſt longitudo A B, cum celeritate *c*; erit ratio temporis T ad tempus *t* compoſita ex ratione T ad K, & K ad *t*; ſed [per Corol. 2. praecedentis Theor.] eſt ut T ad K, ita *c* ad C (cum idem ſpatium utroque tempore percurritur) & ut K ad *t*, ita [per Theor. 5.] longitudo A B ad longitudinem D E; quare erit T ad *t* in ratione compoſita celeritatis *c* ad celeritatem C, & longitudinis A B ad longitudinem D E; hoc eſt tempora ſunt in ratione compoſita ex reciproca celeritatum, & directa longitudinum. *Q. E. D.*

Eodem modo oſtenditur, celeritates eſſe in ratione directa longitudinum, & reciproca temporum.

Cor. 1. Atque hinc ſequitur, tempus eſſe ut ſpatium percurſum applicatum ad celeritatem.

Cor. 2. Celeritas quoque eſt ut ſpatium percurſum applicatum ad tempus.

Theorema tertium & ſeptimum demonſtrari poſſunt ex univerſali hoc theoremate, nempe,

Si effectus aliqui ex pluribus ſimul cauſis pendeant, ita ſcil. ut augeantur vel diminuantur in

eadem ratione, qua augetur aut diminuitur cauſarum aliqua, erunt effectus illi in ratione cauſarum omnium compoſita; hoc eſt, ſi cauſae A, B, C ſimul agentes producant effectum E, qui, (caeteris iiſdem manentibus,) ſemper eſt ut cauſarum quaevis; & aliae cauſae *a*, *b*, *c*, prioribus reſpective ſimiles, & ſimiliter agentes, producant effectum *e*; erit ut E ad *e*, ita $A \times B \times C$ ad $a \times b \times c$. Quod eadem fere methodo, quam in praecedentibus demonſtrationibus adhibuimus, facile oſtendi poteſt.

Ad eundem modum, ſi idem effectus ex pluribus rebus ſimul pendeat, quarum aliquae eundem adjuvant vel augent, in ea ratione qua ipſae augentur; aliquae vero impediunt vel minuunt, in eadem ratione qua augentur; erit effectus ſemper directe ut cauſae adjuvantes, & reciproce ut agentes impedientes vel minuentes.

Theorema ſeptimum ſtylo *Newtoniano* ſic demonſtratur:

Data celeritate, ſpatium percurſum eſt ut tempus; & dato tempore, ſpatium percurſum eſt ut celeritas; quare, neutro eorum dato, eſt ut celeritas & tempus conjunctim.

Sic etiam Theorema octavum oſtenditur.

Data celeritate, tempus eſt directe ut ſpatium percurſum; & dato ſpatio, tempus eſt reciproce ut celeritas; quare, neutro dato, tempus erit directe ut ſpatium, & reciproce ut celeritas.

Simi-

Similiter Theorema tertium & quartum exponi poſſunt; atque hanc methodum nos etiam brevitati ſtudentes interdum uſurpabimus.

LECTIO X.

IN Demonſtrationibus praecedenti lectione adhibitis methodum expoſuimus, qua res phyſicae ad Geometriam primo, deinde ad Arithmeticam reducendae ſint; cum enim ibi demonſtratur corporum motus eſſe ut rectangula ſub ipſorum celeritate & materia, ex datis cujuſvis corporis materia & celeritate, dabitur ejuſdem momentum; aequale ſcil. *facto* ex celeritate corporis in ejuſdem quantitatem materiae; *v.g.* ſit corpus A 8 partium, B vero partium 6, celeritas ipſius A ut 5, & corporis B celeritas ut 3; erit motus corporis A 40 partium, & motus corporis B partium tantum 18.

Ita ex datis corporis cujuſvis momento & materia, innoteſcet quoque illius celeritas; nempe ſi dividatur momentum per ipſius materiam, quotiens exhibebit ejuſdem velocitatem; ſit enim motus in corpore A partium 40, & ejus materia 8 partium; ſit etiam motus in corpore B partium 18, & illius materia partium 6; dividendo 40 per 8, quotiens 5 exhibebit, velocitatem ſc. mo-

bilis A; & dividendo 18 per 6, quotiens 3 dabit, velocitatem mobilis B.

Cum per exempla res magis elucеſcunt, & numeri ſemper ad praxin ſunt advocandi, ut tyrones ſe melius illis aſſueſcant; licebit nobis ſcientiam de motu per numeros quandoque illuſtrare, & Arithmeticam tam ſpecioſam, quam numeroſam abhibere; ex ſpecioſa enim Arithmetica eruuntur canones quidam generales, qui poſtea ad numeros particulares ſunt applicandi.

Sic denotet A materiam in quovis dato corpore, C vero ejuſdem celeritatem, atque ipſius momentum vocetur M; vel potius hae literae denotent numeros quantitatibus illis proportionales; erit $C \times A = M$, & $C = \frac{M}{A}$, & $A = \frac{M}{C}$

Similiter cum ſpatium percurſum ſit ſemper rectangulo ſub celeritate & tempore proportionale; Si ſpatium dicatur S, tempus T, & celeritas C, erit $S = C \times T$; & $C = \frac{S}{T}$; & $T = \frac{S}{C}$; & proinde cum ſit $M = A \times C$, erit quoque $M = \frac{A \times S}{T}$; vel ſi T detur, erit $M = A \times S$; hoc eſt, cujuſque corporis momentum eſt ut ipſius materia ducta in ſpatium ab ipſo in dato tempore percurſum. Alia quamplurima hiſce ſimilia, quae nonnulli pro motus legibus venditant, ex hactenus demonſtratis deduci poſſunt; at cum ea omnia tyro quivis facile per ſe eruere poteſt, non opus eſt ut hic proferantur.

Ex

Ex ſupra demonſtratis conſtat, momentum corporis cujuſcunque oriri ex motu partium ſingularum; nam ſingulis corporis particulis ineſt impetus ſeu vis movendi, & ex harum virium ſumma componitur impetus ſeu quantitas motus totius corporis.

Hinc etiam colligitur, quod quo major corporibus inſit materiae quantitas, eo major adhibenda ſit vis ad ea corpora, cum data velocitate, movenda; & eorum proinde momenta eadem ratione majora erunt: ſi igitur ſint duo corpora eadem velocitate lata, erunt quantitates materiae in ipſis ſemper ut eorundem momenta; ideoque, ſi corpora mole aequalia & aequivelocia, inaequalia habuerint momenta, neceſſe eſt ut in illis inaequales quoque ſint materiae quantitates; & quod minus habet momenti, plures habebit poros ſeu ſpatia vel omnino vacua, vel materia aliqua repleta, quae non participat de motu totius corporis, cujus poros implere ſupponitur. Sic, *e.g.* ſi fiant duo globi ſuberis & plumbi, ejuſdem magnitudinis, & uterque eadem velocitate moveatur, cum experientia notum ſit, momentum unius multo majus eſſe momento alterius, neceſſe eſt ut multo plures ſint pori in uno quam in altero, quos vel omnino vacuos eſſe concedendum eſt, vel dicendum eos materia aliqua ſubtiliſſima repletos eſſe, quae ita libere poteſt ejuſdem poros permeare, ut de motu corporis, cujus poros occupat, non participet.

Ut autem materia illa libere poſſit aliorum corporum poros permeare, nec de ipſorum motu participare,

ticipare, oportet ut omnia corpora omnes ſuos poros ſecundum rectas lineas directioni motus parallelas extenſos habeant; ut ſcil. nullae fiant reflectiones materiae ſubtilis contra pororum latera; alioquin una cum ipſo corpore movebitur materia etiamſi ſubtiliſſima, quae ipſius poros replere ſupponitur. Non poteſt igitur materia ſubtilis de corporis motu non participare, niſi corpus motum ita diſponatur, ut poros ſuos directioni motus parallelos habeat; cum autem infinitis aliis modis ipſius ſitus variari poteſt; hoc eſt, poſſunt pororum longitudines in infinitis angulis ad lineam directionis inclinari, & proinde illis omnibus poſitis, moto corpore, una movebitur materia ſubtilis in ipſius poris locata; non igitur poteſt materia ſubtilis ita corporum poros libere permeare quin de ipſorum motu participet; ac proinde moto corpore, movebitur quoque materia intra ipſum contenta, quantumvis ſubtilis ſit; ſi igitur ſuber moveatur, ſecum quoque deferet materiam in ejus poris contentam, ideoque cum minus habet momenti quam globus plumbeus ejuſdem magnitudinis eadem velocitate latus, minor erit in ſubere materiae copia, & proinde plures pori ſeu ſpatia abſolute vacua.

Ex demonſtratis etiam deducitur ſequens Theorema:

THEOR. IX.

Pondera corporum omnium ſenſibilium juxta terrae ſuperficiem, ſunt quantitatibus materiae in iiſdem proportionalia.

Nam,

Nam, ut multiplici pendulorum experientia conſtat, corpora omnia vi gravitatis perpendiculariter cadentia (abſtrahendo aëris reſiſtentiam) aequalia ſpatia in iiſdem temporibus percurrunt. Nam in vacuo ſeu medio non reſiſtenti, non plus temporis impendit in deſcendendo minutiſſima quaevis plumula, quam ponderoſum plumbum; ideoque omnium corporum in dato tempore cadentium velocitates ſunt aequales; erunt igitur eorum momenta quantitatibus materiae in iiſdem proportionalia; verum vires motum generantes ſunt ſemper motibus ſeu momentis generatis, proportionales; & proinde, in hoc caſu, erunt ut quantitates materiae in corporibus motis; ſunt autem vires quae motus illos generant ipſae corporum gravitationes, hoc eſt, pondera. Omnium igitur corporum pondera ſunt quantitatibus materiae quae in corporibus ſunt proportionalia. *Q.E.D.*

Cor. 1. Corporis igitur cujuſvis pondus, ex aucta ſolummodo vel diminuta materiae quantitate, augetur vel diminuitur.

Cor. 2. Quare eadem manente materiae quantitate in corpore quovis dato, idem quoque manebit ejuſdem pondus; & quomodocunque variatur ejuſdem figura vel textura particularum corpus illud componentium, pondus tamen ipſius non mutabitur: ideoque corporum omnium pondera ab illorum formis ſeu partium texturis non pendent.

Cum (per Axioma 14.) Natura cujuſcunque materiae ſit eadem, nec unum corpus ab alio differat, niſi modaliter, per partium figuram, ſitum

&

& alias iſtiuſmodi formas; erunt corporum affectiones, quae ab illorum formis non pendent, in omnibus corporibus eaedem; ideoque cum (uti dictum eſt) corporum pondera ab illorum formis non oriantur, ſed a materiae quantitate pendeant, in aequalibus materiae quantitatibus, in eadem a terra diſtantia, aequales erunt verſus terram gravitationes; ſi vero duorum corporum pondera ſint inaequalia, inaequales quoque erunt in iis materiae quantitates.

Ponamus jam duos globos, plumbi ſcil. & ſuberis, aequalium magnitudinum; ſi in utroque eadem eſſet materiae quantitas, (per jam oſtenſa) utrumque corpus aequaliter ponderaret; nam materia ſubtiliſſima poros ſuberis occupans aeque ponderaret ac materia plumbi ipſi aequalis; cum vero magnum ſit in duobus hiſce globis ponderum diſcrimen, magnum quoque erit in iiſdem materiae diſcrimen; & ſi plumbum ſubere ſit triplo gravius, triplo quoque major erit in plumbo contenta materia, quam in ſubere; ideoque plures erunt in ſubere pori, ſeu plura ſpatia abſolute vacua. Vacuum igitur non tantum poſſibile eſt, ſed & actu datur; quod erat probandum. Atque hinc ſequitur materiae quantitatem in quovis corpore rite per ipſius gravitatem aeſtimari poſſe.

Cum momentum augeri poſſit, tam ex aucta materiae quantitate, eadem manente velocitate, quam ex aucta velocitate, eadem manente materia; Veteres (quos vis pulveris pyrii ad corpora celeriter movenda latebat) machinis ad hoſtium muros diruendos ita comparatis utebantur, ut ingens materiae moles, etſi non magna velocitate, vehe-

vehementi tamen impetu muros concuteret; at hodie per exploſionem pulveris pyrii ex tormentis bellicis magna velocitate parvi globuli impelluntur. Quamvis autem veterum machinae bellicae hodiernis multum cedant, ipſarum tamen vis ad muros evertendos incredibilis fere fuit; Arietes enim ex ingentibus trabibus ſibi invicem commiſſis compoſiti erant; quorum pondus vel hinc aeſtimari poteſt, quod ſc. ipſorum aliqui ſex hominum millibus (ut alii ſc. aliis ſuccederent) ad ipſos dirigendos, & motum iis imprimendum indigebant; ea pars, qua murum percutiebant, gravi ferro conſolidata fuit; & ex funibus ita dependebant (Arietes compoſitos intelligo) ut ipſorum longitudines horizonti eſſent parallelae; unde magna virorum manu retrorſum acti, ſtatim ſua gravitate, & hominum viribus ſimul agentibus antrorſum pulſi, prominenti ferro muros quatiebant; & (teſte Joſepho) nullae fuerunt turres tam validae, aut moenia tam lata, quae aſſiduas ipſorum plagas potuerint ſuſtinere.

In machinis, quae per circumgyrationes rotarum pondera elevant, aliquando per additionem plumbi rotae graviores redduntur; ut ſcil. major materiae copia majorem impetum, ſeu motus quantitatem ſuſcipiat; per quam reſiſtentiae, tam ex aëre quam ex materiae frictione ortae, melius reſiſtatur, & diutius conſervetur motus, qui proinde ſemel inceptus facile continuabitur.

Ab eodem quoque pendet principio, quod lanifices in nendo fuſis ſuis verſoriis graves turbines imponunt, ut gyrationes diutius perſeverent. Cum

ſcil.

ſcil. motus pars per reſiſtentiam aëris amiſſa, ad motum ex materiae additione auctum, minorem habet rationem, quam eſt ea quam haberet ad motum non auctum.

Ex praedictis etiam ſolvitur ſequens problema.

PROBL. I.

Invenire velocitatem, qua datum corpus movendum eſt, ita ut habeat momentum aequale momento cuivis dato.

Sit datum corpus A (Tab. 2. fig. 8.) cujus momentum aequale debet eſſe momento corporis B, moti celeritate *c*; fiat ut A ad B ita celeritas *c* ad aliam C; haec erit velocitas quaeſita, qua ſcil. ſi moveatur A, ejus momentum aequale erit momento corporis B, (uti liquet ex Corol. 3 Theorematis 3.) Corporum enim momenta ſunt aequalia, ſi celeritates ſint ipſis corporibus reciproce proportionales; ſed ex hypotheſi, eſt celeritas corporis B ad celeritatem corporis A, ut corpus A ad corpus B; unde erit momentum corporis A aequale momento corporis B. *Q. E. I.*

Atque hinc ſequitur corpus quodcunque parvum poſſe habere momentum aequale momento corporis utcunque magni, quod cum data velocitate movetur. Ex hoc principio pendent vires omnes machinarum, quae ad corpora trahenda, vel elevanda fabricantur; nempe, ſi machinae ita diſponantur, ut potentiae velocitas ad velocitatem ponderis ita ſit, ut pondus ad potentiam; eo

(inquam

inquam) caſu potentia pondus ſuſtinebit. Liceat hoc in quinque ſimplicioribus *Inſtrumentis Mechanicis* oſtendere. Et primo in *Vecte*, quem hic conſideramus tanquam lineam inflexilem, ſive rectam, ſive curvam, ſive ex pluribus rectis compoſitam, circa punctum immobile verſatilem, gravitatis quidem expertem, ponderibus tamen ſuſtinendis vel levandis accomodatam.

Punctum immobile quo ſuſtinetur, & circa quod rotatur vectis, ejus *Fulcrum* vocatur.

Theor. X.

Sit AB (Tab. 2. fig. 15.) Vectis *circa fulcrum C tantum rotabilis; erit ſpatium, quod ab unoquoque ipſius puncto deſcribitur, ut ejus diſtantia a fulcro.*

Nam moveatur vectis e ſitu ACB ad ſitum α C β, punctum A deſcribet peripheriam A α, B vero percurret peripheriam Bβ; ſed, (propter ſectores ACα, BCβ ſimiles,) eſt Aα ad Bβ, ut AC ad BC; hoc eſt, ſpatia a punctis A & B deſcripta, ſunt ut ipſorum a fulcro diſtantiae. Si punctis A & B applicentur Potentiae, vectis brachia perpendiculariter trahentes, ſpatia quae ab ipſis *revera* deſcribuntur, ſunt Peripheriae Aα, Bβ; quae vero deſcribuntur *ſecundum* vel *contra propenſiones ſuas*, non ſunt peripheriae Aα, Bβ, ſed perpendiculares αF, βE in vectis brachia demiſſae: nam potentia in A per ſpatium αF tantum & non amplius progreſſa eſt, ſecundum directionem vel propenſionem propriam; ſicut ob ean-

dem

dem cauſam, via a potentia B percurſa ſecundum propriam directionem aeſtimanda eſt per βE. Sed (ob aequiangula triangula αCF, βCE) eſt αF ad βE, ut αC (vel AC) ad βC (vel BC,) hoc eſt, viae a potentia, ſecundum proprias directiones, percurſae erunt ut ipſarum a fulcro diſtantiae.

Quod ſi directio potentiae non ſit recta ad Vectis brachium AC perpendicularis (ut Tab. 2. fig. 16.) ducenda eſt a fulcro in lineam directionis, perpendicularis CG, & ſpatium a potentia ſecundum ipſius propenſionem, deſcriptum, erit perpendiculari illi proportionale; nihil enim refert utrum filum FGA, per quod potentia agit, affixum ſit puncto G vel A, vel etiam puncto D; eadem quippe manente directionis linea, eadem erit ipſius vis ad circumrotandum planum ADCB ac ſi puncto G affigeretur filum; & via ab ipſa, in dato tempore, ſecundum propriam directionem deſcripta, proportionalis erit rectae CG. Quare patet in omni caſu, viam a potentia quavis ſecundum directionem propriam deſcriptam proportionalem eſſe diſtantiae lineae directionis a fulcro.

Theor. XI.

In Vecte *vis motrix ſeu Potentia, quae ad pondus eam habet rationem, quam diſtantia lineae directionis ponderis a fulcro habet ad diſtantiam directionis potentiae a fulcro, pondus ſuſtinebit; ac proinde tantillum aucta pondus elevabit.*

Conſtat

Conſtat (ex praecedente Theor.) ſpatia, quae a potentia & pondere ſecundum vel contra propenſiones proprias deſcribuntur, proportionalia eſſe diſtantiis lineae directionum a fulcro; ſed velocitates ſunt hiſce ſpatiis proportionales, ac proinde diſtantiis quoque proportionales erunt: ſi igitur ſit potentia P (Tab. 2. fig. 17.) ad pondus Q, ut C Q diſtantia directionis ponderis a fulcro ad C A diſtantiam directionis potentiae a fulcro, potentia erit ad pondus, ut velocitas ponderis ad velocitatem potentiae; erit igitur (per Corol. 3. Theor. 3.) momentum potentiae aequale momento ponderis; ac proinde potentia ponderi aequipollebit; quod ſi tantillum augeatur potentia pondus elevabit. *Q. E. D.*

Hinc patet ratio cur in Statera, Romana vulgo dicta (Tab. 2. fig. 18.) unico appendiculo vel ſacomate, diverſorum corporum pondera examinentur. Eſt enim machina haec Vectis inaequalium brachiorum, porrecto nempe ab axe motus (qui & axis aequilibrii eſſe debet) brachiorum altero (C A) in certam longitudinem, puta unius pollicis aut minorem; in altero brachio (C B) quantumvis porrecto, diſtinguunt tot partes, ipſi C A longitudine aequales, quot opus videbitur, numeris 1. 2. 3. 4. 5. &c. deſignatas. Appenſo itaque Pondere Q explorando ex A, pondus datum ſeu notum P ex brachio contrario dependens a centro motus removendo & admovendo, explorant in qua diſtantia fiat aequilibrium; atque invento *v. g.* pondus P, in diſtantia 8, ponderi Q in A aequiponderare, hinc col-

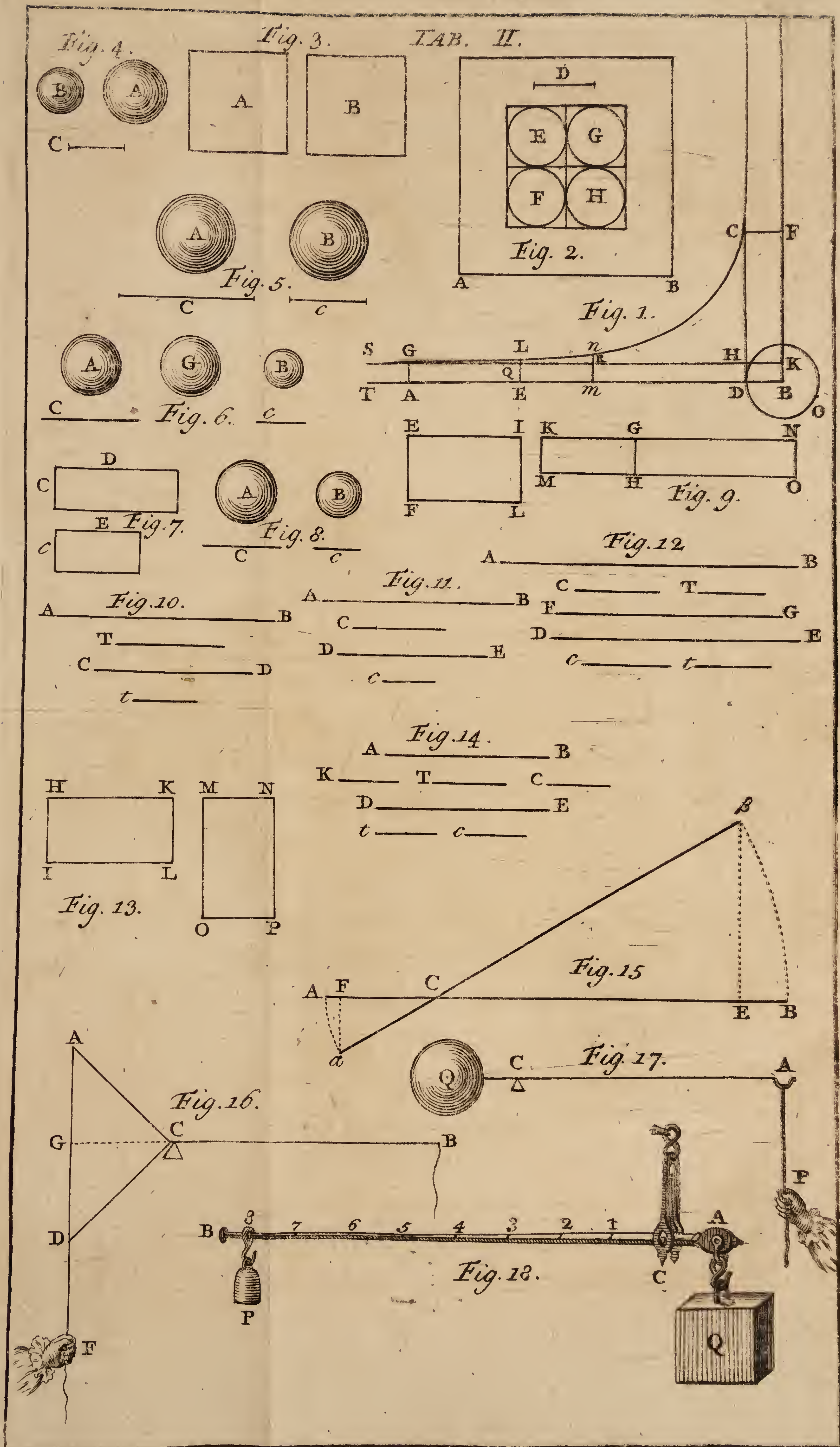
ligunt (propter pondera diſtantiis reciproce proportionalia) pondus Q ponderis P noti octuplum eſſe.

Defin. *Axem* in *Peritrochio* vocant, Inſtrumentum Mechanicum, ponderibus levandis aptum (ut Tab. 2. fig. 1.) in quo cylindrus (quem Axem vocant) fulcris per extrema ſuſtinetur, circumpoſitum habens tympanum (quod Peritrochium vocant) in cujus ambitu Scytalae inſiguntur, quibus applicata vis Peritrochium una cum axe vertit; circa quem convoluti funes onus elevant.

Theor. XII.

In Axe cum Peritrochio (*& machinis cognatis quarum eadem eſt ratio*) *vis Motrix, quae ad pondus ſuſtinendum eam rationem habet, quam perimetur axis cui applicatur pondus, ad perimetrum orbis extimi cui applicatur vis, ponderi aequipollebit; quae itaque tantillum aucta pondus elevabit.*

Ex fabrica machinae patet, in una ipſius converſione tantundem elevari pondus appenſum P, quantum aequale ſit funi tractorio, qui axem ſemel circumplicat; quod itaque illius ambitui aequale ſupponitur; unaque tantundem procedere potentiam, ſcytalae extremitati applicatam, quantus eſt extimi orbis ambitus a potentia, eadem machinae revolutione deſcriptus; (hoc eſt, ſpatium a potentia eodem tempore percurſum aequale eſſe orbis extimi ambitui) ideoque velocitates


TAB. II.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.

citates potentiae & ponderis, quae ſunt ut ſpatia ſimul percurſa, erunt ut perimeter orbis extimi, & perimeter axis. Quare ſi ſit pondus ad potentiam, ut perimeter orbis extimi ad perimetrum axis, erit velocitas potentiae ad velocitatem ponderis reciproce, ut pondus ad potentiam. Itaque (per corol. 3. theor. 3.) momentum potentiae aequale erit momento ponderis; ac proinde potentia ponderi aequipollebit, & ipſum, per axem in peritrochio, ſuſtinere valebit; quod ſi tantillum augeatur potentia, vel minuatur pondus, potentia pondus elevabit. *Q. E. D.*

Cor. Quo major eſt ambitus orbis extimi, hoc eſt, quo longiores ſunt ſcytalae, vel quo minor eſt axis, eo potentior erit vis ad pondus elevandum.

Defin. Ex orbiculis uno vel pluribus apte diſpoſitis, circa axes ſuos volubilibus, quibus circumpoſitus funis ductorius pondus attrahit, compoſitam machinam *Trochleam* appellant.

THEOR. XIII.

In Trochlea *mobili, ex orbiculorum poſitione calculo aeſtimatur quanta vis appoſito ponderi aequipolleat; nempe vis ea, quae ſit ad pondus, ſicut* 1 *ad numerum funiculorum, quibus pondus ſuſpenditur, idem pondus ſuſtinere valebit: quae proinde tantillum aucta pondus elevabit.*

Tab. 3. *Fig.* 2. Sit funis, cujus alterum extremum unco B affixum, & in hujus duplicatura

dependeat trochlea mobilis, cujus loculamento appendatur pondus Q; clarum eſt, ut attollatur pondus Q per unum pedem, utrumque funem loculamentum cum appenſo pondere ſuſtinentem, (deorſum ab unco ſupputando) debere uno pede breviorem fieri; hoc eſt, ut attollatur pondus per unum pedem, potentiam debere per duos pedes moveri; quare in hac machina, potentiae via ponderis viae dupla erit; ac proinde celeritas potentiae dupla quoque erit celeritatis ponderis: ideoque, ſi potentia ſit ad pondus, ut 1 ad 2, ipſius momentum momento ponderis aequipollebit, & pondus ſuſtinebit.

Fig. 3. Si ita diſponantur orbiculi, ut pondus Q a tribus funibus dependeat; ut pondus aſcendat per unum pedem, oportebit omnes tres funiculos (ita loqui liceat, quamvis non niſi unus continuus & nullibi interruptus funis ſit) uno pede breviores reddi, quod fieri aliter non poteſt, quam ſi potentia P tres pedes progrediatur: quare cum in hac machina, potentiae via ſit ponderis viae tripla; erit ejus celeritas quoque tripla celeritatis ponderis; ideoque, ſi potentia ſit ad pondus ut 1 ad 3, ipſius momentum momento ponderis aequipollebit.

Fig. 4. Simili prorſus ratione, ex quarta figura patet potentiam in P, quae ſit ſubquadrupla ponderis Q, eidem aequipollere. In omnibus caſibus potentia, quae ponderi prius aequipollebat, ſi vel ipſa tantillum augeatur, vel pondus minuatur, poteſt ipſum elevare. *Q. E. D.*

Defin.

Defin. (Tab. 3. fig. 5.) Cylindrum rectum helice ſimiliter ſulcatum *Cochleam* appellant, & quidem Interiorem, ſi ſulcata ſuperficies convexa ſit, Exteriorem ſi concava. Debet autem cochlea Interior ita Exteriori conformis eſſe, ut pars parti apte reſpondeat (hujus eminentiis illius cavitatibus congruentibus) quo fiet, ut Interior per Exteriorem permanentem tota labatur, vel etiam ſuper Interiorem permanentem propellatur Exterior. Potiſſimum adhiberi ſolent Cochleae obicibus propellendis, frangendis, aut comprimendis, aliiſque motibus truſione factis; ſoletque forinſecus adhiberi manubrium, aut ſcytala cui vis applicatur.

THEOR. XIV.

In Cochlea, *ſi ſit ut ambitus, quem vis ſive potentia applicata peragrat in una cochleae converſione, ad Intervallum duarum continue proximarum ſpiralium (ſecundum cochleae longitudinem aeſtimatum) ſic pondus vel reſiſtentia ad potentiam; aequipollebunt potentia & reſiſtentia; & potentia tantillum aucta impedimentum movebit.*

Intelligatur cochlea Interior C A per Exteriorem fixam ope ſcytalae C B verſando protrudi, ſimulque pondus P (vel quod ponderis inſtar eſt) elevare. Manifeſtum eſt ex Machinae inſpectione, in una cochleae revolutione pondus tantum elevari, quantum eſt intervallum duarum

ſpiralium proximarum; & potentiam tantum promoveri, quantus eſt ambitus ab iſta in una revolutione deſcriptus; hoc eſt, ponderis via erit ad viam potentiae eodem tempore factam, ut intervallum ſpiralium ad ambitum a potentia una revolutione deſcriptum, ideoque celeritas ponderis erit ad potentiae celeritatem, in eadem ratione: ac proinde ſi ſit ut potentia ad pondus ita praedictum intervallum duarum proximarum ſpiralium ad viam a potentia deſcriptam, potentia ponderi vel reſiſtentiae aequipollebit: quae itaque tantillum aucta reſiſtentiam ſuperabit, *Q. E. D.*

Defin. (Tab. 3. fig. 6.) *Cuneum* plerumque adhibent, ex ferro ſeu duriore aliqua materia, forma priſmatis non admodum alti, cujus oppoſitae baſes ſunt triangula iſoſcelia; utriuſvis hujus trianguli altitudinem appellant altitudinem cunei, ejuſque trianguli baſin vocant cunei craſſitiem, rectamque quae triangulorum vertices conjungit, cunei aciem; quodque eorum baſes conjungit parallelogrammum, cunei dorſum dicunt.

THEOR. XV.

Potentia Cunei *dorſo directe applicata, quae ſit ad reſiſtentiam a cuneo ſuperandam, ut cunei craſſities ad ejuſdem altitudinem, reſiſtentiae aequipollebit; & proinde aucta eandem ſuperabit.*

Reſiſtentia cuneo ſuperanda ſit *v.g.* ligni tenacitas ſeu firmitudo, aut alius quivis obex cu-

neo

neo dirimendus; patet dum cuneus adigitur in ſitum uſque quem nunc obtinet, via potentiae ſeu longitudo ſecundum ſuam propenſionem percurſa, eſt BA; tantum enim, & non amplius progreſſa eſt: eodemque modo DC eſt via impedimenti; atque dum detruditur cuneus per totam altitudinem ſuam, dividitur obex per totam cunei craſſitiem; & in toto proceſſu proportionaliter, ut patet ex natura trianguli; unde ſi ſit ut cunei craſſities ad ipſius altitudinem, ita potentia ad reſiſtentiam, hujus momentum illius momento aequale erit; ideoque potentia aucta reſiſtentiam ſuperabit. *Q. E. D.*

SCHOLIUM.

Hinc per Inſtrumenta mechanica non augetur vis potentiae, quod quidem fieri non poteſt, ſed ponderis vel elevandi, vel trahendi velocitas ita per inſtrumenti applicationem minuitur, ut ponderis momentum vi potentiae non majus evadat. Sic *e.g.* ſi vis quaedam agens poſſit elevare datum pondus unius librae cum data velocitate, per nullum inſtrumentum fieri poteſt ut eadem vis elevet pondus duarum librarum cum eadem velocitate; poteſt tamen ope inſtrumenti cum velocitatis dimidio pondus duarum librarum elevare; imo poteſt eadem potentia pondus mille, vel decies mille librarum elevare cum velocitatis parte milleſima, vel decem-milleſima; ſed non ideo augetur potentiae vis, ſed motus quem producit in elevando pondus illud magnum, omnino ae-

qualis eſt motui qui producitur cum elevatur pondus unius librae.

Ex dictis etiam patet ratio, cur in canalibus communicantibus diverſae amplitudinis conſervetur liquorum aequilibrium. Sit enim canalis amplus ABCD (Tab. 3. fig. 7.) cum alio anguſtiore MNKH communicans in C; in utroque canali infuſa aqua ad eandem altitudinem aſſurget, & deſcendendi conatus ſeu vis, quam habet aqua in canali FH ad elabendum per orificium C, aequalis eſt vi aquae in canali AC ad deſcendendum per idem orificium. Nam ſi ponatur aquam deſcendiſſe in canali AC per altitudinem AI; neceſſe eſt, ut aqua in canali FH aſcendat ad altitudinem GN, talem ſc. ut cylindrus aquae MFGN aequalis ſit cylindro AILD, ſcil. cycylindro aquae, quae in canali AC deſcendit; ſed aequalium cylindrorum reciprocantur baſes & altitudines (per 15. El. 12.) hoc eſt, erit FM ad AI, ut orificium AD ad orificium MN vel FG; ſed eſt FM ad AI, ut velocitas aſcenſus aquae in canali FN ad velocitatem deſcenſus aquae in canali AC, & eſt orificium AD ad orificium MN, ut aqua in AC ad aquam in canali FH, nam cylindri aeque alti ſunt inter ſe ut baſes; quare erit velocitas aquae aſcendentis in canali FH ad velocitatem aquae deſcendentis in canali AC, ut aqua in canali AC ad aquam in FH; hoc eſt, aquarum velocitates ſunt ipſis reciproce proportionales, & proinde erunt aquarum momenta aequalia; ſed ſunt contraria, quare nullus ſequetur motus.

Hinc

Hinc obiter patet ratio, cur aqua vel fluidum quodvis ex latiore in anguſtiorem alveum defluens majori celeritate moveatur.

Hinc ſi in corpore animali, Arteriarum ramuli vel Arteriae Capillares habeant ſummam orificiorum ſeu potius ſectionum tranſverſarum, majorem ſectione tranſverſa arteriae magnae ſeu Aortae, a qua omnes oriuntur; erit ſanguinis velocitas in extremitatibus corporis minor quam in Aorta; ſi vero aequalis ſit haec ſumma ſectioni tranſverſae Aortae, erit velocitas ſanguinis in iiſdem aequalis velocitati ſanguinis in Aorta; ſi minor ſit ſumma, tunc major erit velocitas ſanguinis per extremas arterias tranſcurrentis quam in Aorta.

LECTIO XI.

De Legibus Naturae.

HActenus Theoremata de motus quantitate, ſpatiis a mobilibus percurſis, & quae exinde conſequuntur corollaria, demonſtrata dedimus; ad Leges Naturae jam deventum eſt, illas ſc. leges, quas omnia corpora naturalia conſtanter obſervare neceſſe eſt. Has igitur eodem ordine, & iiſdem verbis, prout ab illuſtri *Newtono* proponuntur trademus, quarum prima haec eſt.

LEX

LEX I.

Corpus omne perſeverat in ſtatu ſuo quieſcendi, vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus a viribus impreſſis cogatur ſtatum illum mutare.

Cum corpora naturalia conſtent ex materiae maſſa, quae ſibi ipſi nullam ſtatus ſui mutationem inducere queat; ſi prius quieſcebant corpora, oportet ut in ea quiete ſemper permaneant, niſi adſit vis nova ad motum in iis producendum; ſi vero in motu ſint, eadem energia ſeu vis motum ſemper conſervabit; & proinde corpora motum ſuum ſemper retinebunt, & ſecundum eandem rectam eodem tenore ſemper progredientur, cum nec ſibi ipſis quietem, nec retardationem, nec directionis ſuae mutationem ad deflectendum verſus dextram aut ſiniſtram acquirere valeant. Philoſophos novimus, qui facile agnoſcunt nullum corpus poſſe ſe ipſum movere, hoc eſt, per ſe ex quiete ad motum tranſire; iidem non aeque lubenter concedunt corpora ſemel mota non poſſe per ſe ad quietem tendere, eo quod videant projectorum motus paulatim langueſcere, & ipſa mobilia ultimo ad quietem pervenire.

Verum ut nullus modus vel accidens, ſponte ſua ſeu per ſe deſtruitur, & ſicut omnes effectus a cauſis tranſeuntibus producti ſemper permanent, niſi adſit nova aliqua & extranea cauſa quae ipſos tollat; ita etiam motus ſemel inceptus ſemper continuabitur, niſi vis aliqua externa adſit,

adſit, quae ipſi obſtet; nec magis poteſt corpus ſemel motum, motum ſeu energiam ſuam ad movendum deponere, & per ſe ad quietem redire, quam poteſt figuram ſemel ſibi inductam exuere, & aliam recentem abſque cauſa extrinſeca acquirere.

Ineſt praeterea corporibus vis quaedam, ſeu potius inertia, qua mutationi reſiſtunt, unde eſt quod difficulter admodum e ſtatu ſuo, qualiſcunque is ſit, deturbentur; vis vero illa eadem eſt in corporibus motis ac quieſcentibus; nec minus reſiſtunt corpora actioni, qua a motu ad quietem reducuntur, quam ei, qua a quiete ad motum tranſeunt; hoc eſt, non minor requiritur vis ad corporis alicujus motum ſiſtendum, quam prius neceſſaria fuit ad eundem motum eidem corpori imprimendum: unde cum vis inertiae aequalibus mutationibus aequaliter ſemper reſiſtit, illa non minus efficax erit, ut corpus in motu ſemel incepto perſeveret, quam ut corpus quieſcens ſemper in eodem quietis ſtatu permaneat.

Quidam ſunt Philoſophi, qui corpus ex ſua natura tam ad motum, quam ad quietem indifferens eſſe ſupponunt; at per indifferentiam illam non (ut opinor) intelligunt talem in corporibus diſpoſitionem, per quam quieti aut motui nihil omnino reſiſtunt; quippe hoc poſito, ſequeretur corpus quodvis maximum ſumma celeritate motum a minima quavis vi poſſe ſiſti; aut ſi quieſceret magnum illud corpus, ab alio quovis minimo propelli, abſque ullo velocitatis corporis impellentis

pellentis decremento; hoc eſt, corpus exiguum quodvis in aliud maximum impingens, poſſet illud ſecum abripere ſine ulla ipſius retardatione; ſed utrumque corpus poſt impulſum junctim ferrentur ea celeritate quam prius corpus illud exiguum habebat, quod abſurdum eſſe omnes novimus; non igitur indifferentia illa ſita eſt in non renitentia ad motum ex ſtatu quietis, aut ad quietem ex ſtatu motus, ſed in eo ſolum, quod corpus ex ſua natura non magis ad motum quam ad quietem propendet, nec magis reſiſtit tranſire a ſtatu quietis ad motum, quam a motu rurſus ad eandem quietem redire; poteſt praeterea corpus quodvis quieſcens a quavis vi moveri; poteſt aequalis Vis ſecundum contrariam directionem agens motum illum deſtruere; atque in hoc indifferentiam illam ſitam eſſe volunt.

Cum ſecundum expoſitam naturae legem, corpus omne ſemel motum in eodem motu ſemper perſeveret, quaerunt Philoſophi cur projecta omnia motum ſuum (quem violentum vocant) ſenſim amittant? cur non in infinitum pergant? ſi motus ex ſua natura non langueſceret, potuiſſet lapis ex manu projicientis ſub initio mundi emiſſus ſpatium fere immenſum, & tantum non infinitum, pertranſiiſſe. Sic quidem potuit, ſi in vacuo ſeu ſpatiis liberis motus abſque gravitate fieret. Verum cum omnia projecta vel per aërem, vel ſuper aliorum corporum ſuperficies ſcabras ferantur, exinde provenit eorum retardatio; cum enim neceſſe ſit, ut mobilia aërem obſtantem e loco ſuo pellant & dimoveant, vel ut ſuperficiei,

perficiei, ſuper quam moventur, ſcabritiem vincant, oportet ut vim & motum illum omnem amittant, qui hiſce obſtaculis continuo impenditur, & proinde projectorum motus ſemper diminuetur; ſi vero nulla eſſet medii reſiſtentia, nulla ſuperficiei, ſuper quam decurrunt mobilia, aſperitas, nulla gravitas quae corpora terram verſus continuo pelleret, abſque omni retardatione idem ſemper continuaretur motus. Sic in coelis, ubi medium tenuiſſimum eſt, Planetae diutiſſime ſuos conſervare poſſunt motus, & ſuper glaciem aut alias ſuperficies politas ſeu minime ſcabras corpora ponderoſiora ſerius ad quietem reducuntur.

Deſinant jam Philoſophi continuati motus exquirere cauſam, alia quippe agnoſcenda eſt nulla, praeter primam illam, quae non modo motum ſed res omnes in *Eſſe* ſuo conſervat, Deum ſcil. Opt. Max. nec alia ratione perſeverat motus, quam qua continuatur corporis alicujus figura, color, aut aliae quaevis iſtiuſmodi affectionum, quae ſemper eaedem permanerent, niſi vis aliqua externa eas turbaverit.

Multo quidem rectius & magis ſecundum bonae methodi leges egiſſent, ſi rationes retardati & amiſſi motus inveſtigaſſent: verum quoſdam in hac re adeo caecutire deprehendimus, ut illud ipſum ponant cauſam continuati motus, ex quo revera ejus retardatio provenit.

Deſinant etiam Philoſophi de communicatione motus tantas lites movere; ex ſupra poſitis enim facile intelligitur, cur lapis ex projicientis manu tanto cum impetu emittatur: quippe quum lapis

pis in manu continetur, neceſſe eſt ut de motu ipſius manus participet (per Axiom. 8.) ideoque eadem celeritate & verſus eandem plagam, qua ipſa manus, feretur; ſed corpus omne naturale ſemel motum in eodem perſeverat motu [per legem ſupra poſitam] donec ab agente externo impediatur; unde cum projiciens manum ſuam retrahit, lapis non retractus recta progredietur. Eodem prorſus modo, ſi navis aut cymba ventis vel remis celeriter agatur, qui in ipſa ſedent eundem celerem motum ipſis communicatum habent; at ſi ſubito ſiſtatur navis, res omnes in navi poſitae motum ſuum continuare conantur, & quae ipſi navi firmiter non adhaerent, poſt illius quietem relictis locis ſuis etiamnum progrediuntur; atque hinc periculum eſt ne homines in navi relative quieſcentes, poſt tam ſubitam & quaſi violentam ſtatus ſui mutationem, prorſum praecipitentur, cum ſcil. motus, quem prius ab ipſa navi accepere, nondum deſtructus ſit.

Si lapis in funda celeriter circumagatur, ea celeritate circulum deſcribet quam habet ea fundae pars, in qua ponitur; cum vero corpus omne ſecundum rectam lineam progredi affectet, lapis in ſingulis orbitae ſuae punctis, ſecundum lineam orbitam in puncto in quo eſt tangentem egrederetur, niſi a filo detentus eſſet; ideoque ſi filum dimittatur, rumpatur, vel alio quovis modo lapidem cohibere deſinat, lapis non ulterius in circulo, ſed ſecundum rectam lineam movebitur, ſecluſo motu ex ipſius gravitate orto.

Conatus

Conatus ille, quem lapis circumgyratus habet in quovis ſuae orbitae puncto ſecundum tangentem egrediendi, filum per quod in orbita detinetur tendit, & vis illa, qua filum tenditur, ex vi centrifuga oritur, per quam ſcil. a peripheria recedere conatur. Tenſionem hanc quiſque in funda facile experiri poteſt; & per experientiam invenimus, quo celerius circumgyratur lapis, vel etiam quo majus materiae pondus in funda ponitur, eo majorem fieri fili tenſionem.

Ob hanc rationem volunt quidam Philoſophi centrifugam hanc vim a ſola gravitate proficiſci, huic tamen ſententiae nec ratio, nec experientia favet; nam in funda non ſolum tenditur funis cum lapis partem ſuae orbitae infimam percurrit, ſed etiam dum ſuperiorem partem deſcribit; quod a gravitate oriri non poteſt, cum gravitas lapidem, in ſuperiore ſuae orbitae parte, tantum urgere poteſt verſus centrum, quae directe contraria eſt vi centrifugae, quae illum a centro recedere cogit. Praeterea, cum lapis in plano horizontali in circulo revolvitur, filum quoque tenditur; ſed gravitas tenſionem illam in illo plano nullo modo producere poteſt, cum lapis nec ſurſum, nec deorſum fertur, cujus proinde motus a gravitate hac nec augebitur, nec minuetur; non igitur a gravitate oritur vis centrifuga, ſed a ſolo conatu quem habent corpora omnia ſecundum rectam lineam progrediendi.

Si terram circa ſuum axem rotari ſupponamus, nos omnes qui in ejus ſuperficie degimus una cum ipſa revolveremur; ideoque, ſi ſubito ſiſte-

ſiſteretur ejus motus, res omnes ipſi firmiter non adhaerentes vehementi motu excuſſae ab illa recederent; ſic etiam ſi circa ſolem motu annuo deferatur, & ſubito illa revolutio ſiſteretur, res omnes excuſſae, planetarum inſtar, circa ſolem gyrarentur, ob eandem cauſam qua prius ipſa tellus circa ſolem movebatur.

Cum tellus circa axem vertatur, & res omnes in ipſa circulos deſcribant aequatori parallelos, quaerunt Philoſophi unde ſit, ut corpora omnia ab ejus ſuperficie non excutiantur, cum per naturae legem corpora omnia motum ſecundum rectam lineam affectant? Sic quidem excuterentur, niſi alia adeſſet vis, per quam ad terram detinentur, quae eſt ipſa gravitatio vi centrifuga multo potentior.

Si vas aquae plenum in plano quovis horizontali ponatur, & ſubito vi ſatis magna impellatur, aqua in vaſe ſub initio verſus partes motui vaſis contrarias tendere videbitur; non quod revera talis motus aquae impreſſus eſt, ſed cum illa in eodem quieſcendi ſtatu permanere conatur, vas motum ſuum aquae intra ipſum contentae communicare ſtatim non poteſt, & proinde aqua a vaſe derelicta, & revera quieſcens, locum ſuum relativum mutare videbitur. Tandem, poſtquam vaſis motus aquae impreſſus eſt, & illa una cum vaſe uniformiter & eadem celeritate progredi coeperit, ſi ſubito ſiſtatur vas, aqua tamen in eodem motu perſeverare conabitur, & ſuper vaſis latera aſſurgens pars illius ulterius progredietur.

Si

Si navis tempeſtate & turbulento mari jactetur, in ipſa ſedentes homines & relative quieſcentes doloribus, aegritudine, nauſea & vomitu afficientur, praeſertim ſi mari minus aſſueti fuerint; cum ſcil. liquores in ipſorum ventriculis, inteſtinis, vaſis ſanguiferis, & caeteris ductibus contenti, navis jactationibus non ſtatim obediunt, unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, & morbi orientur.

LEX II.

Mutatio motus eſt ſemper proportionalis vi motrici impreſſae, & fit ſemper ſecundum rectam lineam, qua vis illa imprimitur.

Sequitur ex axiomate 4; ſi enim vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit; & hic motus quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur (quippe ab illa tantum oritur) fiet ſemper ſecundum eandem plagam *(per legem primam;)* nec poteſt corpus ſecundum aliam quamvis plagam deflectere, niſi adſit nova vis priori obſtans; ideoque, ſi corpus antea movebatur, motus ex vi impreſſa productus motui priori vel conſpiranti additur, vel contrario ſubducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſque determinationem componitur.

Si vis aliqua in dato corpore motum producat, *(per legem primam)* corpus illud in motu ſuo

ſemper perſeverabit; ſi vero poſtea vis eadem vel aequalis ſecundum eandem directionem rurſus in idem corpus agat, motus exinde productus priori aequalis erit, & proinde ſumma motuum prioris dupla erit; ſi denuo vis eadem tertio in idem corpus ſimiliter agat, motus hinc ortus erit etiam primo aequalis, & proinde ſumma motuum erit motus primo impreſſi tripla; & ſimiliter ſi vis eadem rurſus in idem corpus ageret, omnium motuum ſumma erit primo impreſſi quadrupla, & ſic continuo.

Hinc, ſi vis haec nova aequalibus temporum intervallis continuo aequaliter ageret, motus exinde ortus eſſet ut ſumma temporum, quibus generatur; ideoque, cum ob datum corpus, motus ſit ut velocitas, erunt velocitates ſic genitae ut tempora ab initio motus, & motus eſſet aequaliter acceleratus: hinc ſequentia Theoremata facile demonſtrantur.

Theor. XVI.

Si corpora in omnibus a terra diſtantiis aequaliter gravitarent, eſſet motus corporum ſua gravitate in eadem recta cadentium motus aequabiliter acceleratus.

Supponatur tempus, in quo grave cadit, diviſum eſſe in particulas aequales & valde exiguas, & gravitas prima temporis particula agens corpus verſus centrum pellat; ſi jam poſt primum illud tempus omnis gravitatis actio ceſſaret, & corpus deſi-

deſineret eſſe grave, nihilominus motus ex primo impulſu acceptus ſemper continuaretur, & corpus ad terram aequaliter accederet [*per legem primam*;] verum, cum corpus continuo ſit grave, & gravitas indeſinenter agat, etiam in ſecunda temporis particula eadem gravitatio alium impulſum priori aequalem ipſi communicabit, & corporis velocitas poſt duos hos impulſus prioris dupla erit; & ſi vis gravitatis omnino tolleretur, corpus tamen cum eadem celeritate in eadem recta moveri perſeverabit; cum vero & tertia temporis particula corpus eadem gravitate urgeatur, alium quoque motum priorum utrivis aequalem poſt tertium illud tempus acquiret; ſic etiam in quarta temporis particula gravitatio quartum impetum ſingulis priorum aequalem ipſi gravi ſuperaddit; & ſic de caeteris. Impetus igitur, ſeu motus corporis dati a gravitate acquiſiti ſunt ut particulae temporis ab initio elapſae; ideoque, cum actio gravitationis ſit continua, ſi particulae illae infinite exiguae ſumantur, erit corporis cadentis motus ex gravitate acquiſitus, ut tempus ab initio caſus elapſum; cumque corpus datum ſit, erit motus ut ipſius velocitas, ergo velocitas erit ſemper ut tempus in quo acquiritur. Gravi igitur cadenti aequalibus intervallis aequalia accedunt velocitatis incrementa, & proinde ejus motus erit uniformiter acceleratus. *Q. E. D.*

Similiter ex iiſdem principiis demonſtrari poteſt corporum eadem recta ſurſum tendentium motum eſſe aequabiliter retardatum; cum ſcil. vis gravitatis, contra motum inceptum continuo

& aequaliter agens, aequalibus temporibus aequaliter ipſius motum minuat, uſque dum motus omnis ſurſum omnino ſublatus ſit.

Cor. Recta A B (Tab. 3. fig. 8.) exponat tempus quo corpus cadit, & B C cum A B faciens angulum rectum exponat velocitatem in fine iſtius caſus acquiſitam, jungatur A C, & per punctum quodvis D ducatur D E ad B C parallela; erit haec ut velocitas fine temporis A D acquiſita. Nam (ob triangula A B C, A D E aequiangula) eſt A B ad A D ſicut B C ad D E; ſed B C repraeſentat velocitatem in tempore A B, quare (cum velocitates ſunt ut tempora) D E repraeſentabit velocitatem acquiſitam in fine temporis A D: ſimiliter F G repraeſentabit velocitatem in puncto temporis F, & in omnibus temporis punctis velocitates erunt ut rectae intra triangulum per ipſum ductae & baſi B C parallelae.

Theor. XVII.

Si grave ex quiete motu uniformiter accelerato deſcendat; ſpatium, quod ab ipſo in dato ab initio motus tempore percurritur, dimidium erit iſtius quod in illo tempore uniformiter percurri poteſt cum ea velocitate, quae in fine iſtius temporis a gravi cadente acquiritur.

Sit A B (Tab. 3. fig. 9.) tempus in quo cadit grave, ſitque B C velocitas ultimo acquiſita, compleatur triangulum ABC & rectangulum ABCD; porro diſtinguatur tempus A B in innumeras particulas

ticulas *ei*, *im*, *mp*, &c. Ducantur *ef*, *ik*, *mn*, *pq*, *&c.* baſi parallelae. (per Cor. praeced.) *ef* erit ut velocitas gravis in temporis particula infinite exigua *ei*; & *ik* erit ejus velocitas in particula temporis *im*; item *mn* erit ipſius velocitas ad punctum temporis *mp*; & ſic *pq* erit velocitas in temporis particula *po*; ſed (per Cor. Theor. 7.) ſpatium in quovis tempore & cum quavis celeritate percurſum eſt ut rectangulum ſub eo tempore & celeritate; quare erit ſpatium percurſum tempore *ei* cum velocitate *ef* ut rectangulum *if*; ſic ſpatium percurſum tempore *im* cum celeritate *ik* erit ut rectangulum *mk*; ſic etiam ſpatium percurſum cum celeritate *mn* tempore *mp* erit ut rectangulum *pn*; & ſic de caeteris. Quare erit ſpatium percurſum in omnibus hiſce temporibus, ut omnia haec rectangula ſeu ut rectangulorum omnium ſumma: cum autem temporis particulae infinite exiguae ſint, erit omnium rectangulorum ſumma aequalis triangulo ABC; eſt vero (per ſupra citatum Corol. Theor. 7.) ſpatium a mobili percurſum tempore AB cum uniformi celeritate BC ut rectangulum ABCD; unde erit ſpatium percurſum a gravi in dato tempore cadenti ex quiete, ad ſpatium percurſum in eodem tempore cum velocitate uniformi aequali ei quae ultimo acquiritur a gravi cadente, ut triangulum ABC ad rectangulum ABCD; ſed triangulum ABC eſt dimidium rectanguli ABCD; unde erit ſpatium, quod a gravi cadenti ab initio caſus in dato tempore percurritur, dimidium ejus quod per-

curri poteſt in eodem tempore cum velocitate ultimo acquiſita. *Q. E. D.*

Cor. 1. Spatium, quod percurritur cum velocitate C B in tempore aequali dimidio ipſius A B, aequale erit ſpatio a gravi cadenti tempore A B percurſo.

Cor. 2. Ex ipſa demonſtratione ſequitur, ut ſpatium percurſum tempore A B (Tab. 3. fig. 8.) repraeſentatur per triangulum A B C, ſic ſpatium tempore A F a gravi emenſum per triangulum A F G repraeſentari poſſe; item ſpatium peractum tempore A D per triangulum A D E exponetur.

Cor. 3. Spatia percurſa ab initio caſus computando ſunt in duplicata ratione temporum; nam ſpatium percurſum tempore A B eſt ad ſpatium percurſum in tempore A F ut triangulum A B C ad triang. A F G; ſed [ob ſimilia triangula A B C, A F G] triangulum A B C eſt ad triangulum A F G in duplicata ratione lateris AB ad latus A F: ideoque erit ſpatium percurſum tempore A B ad ſpatium percurſum tempore A F in duplicata ratione temporis A B ad tempus A F. Sunt igitur ſpatia percurſa a gravi e quiete cadente, ut quadrata temporum quibus percurruntur.

Cor. 4. Hinc ſi grave in dato tempore e quiete cadens percurrat ſpatium quodvis, ſpatium in duplo tempore percurſum erit prioris quadruplum, in triplo tempore ſpatium peractum erit novies majus quam illud quod primo percurritur, *&c.* Hoc eſt, ſi tempora ſumantur ut 1. 2. 3. 4. 5. *&c.* ſpatia hiſce temporibus deſcripta ab

initio

initio motus computando erunt ut 1. 4. 9. 16. 25.

Cor. 5. Cum ſpatium percurſum in primo tempore ſit ut 1, in ſecundo ut 4, computando ab initio, erit ſpatium in ſecundo tempore ſeorſim deſcriptum ut 3; eodem modo cum ſpatium deſcriptum in ſine temporis tertii ſit ut 9, & in ſine temporis ſecundi ut 4, erit ſpatium deſcriptum in tempore tertio ſeorſim ſumto ut 5; & ſic de caeteris: ſumendo igitur temporis partes aequales, erunt ſpatia a gravi e quiete cadenti in ſingulis ſeorſim deſcripta ut 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c. ſcil. ut numeri impares.

Cor. 6. Hinc etiam cum velocitates cadendo acquiſitae ſint ut tempora, erunt (per Cor. 3.) ſpatia percurſa etiam ut quadrata velocitatum; & tam velocitates quam tempora erunt in ſubduplicata ratione ſpatiorum per quae grave cadit ab initio motus.

LECTIO XII.

LEX III.

Actioni ſemper contraria & aequalis eſt Reactio; ſeu corporum duorum actiones in ſe mutuo aequales ſunt, & in partes contrarias diriguntur. Hoc eſt, per actionem & reactionem aequales motus mutationes in corporibus in ſe invicem agentibus producuntur, quae mutationes verſus contrarias partes imprimuntur.

HÆC Lex non aliter melius quam per exempla poteſt illuſtrari.

1. Si corpus unum in alterum quieſcens impingat, quicquid motus quieſcenti imprimitur, tantundem praeciſe impingenti ſubtrahitur. *v. g.* Si corpus A [Tab. 3. fig. 10.] cum duodecim motus partibus verſus corpus B feratur, & poſtquam in illud impegerit communicentur ipſi B 5 partes motus, reſtabunt ipſi A motus partes tantummodo 7; ideoque mutationes quae utrique corpori contingunt aequales erunt; idemque omnino erit effectus ac ſi vis 5 partibus motus aequipollens impelleret corpus B verſus C, & alia huic aequalis in corpus A ageret, & ipſum in contrarias partes verſus D urgeret.

2. Si

2. Si corpus B non quieſcat, ſed tendat verſus C, & corpus A celerius motum in ipſum impingat; tantundem motus deperdet corpus A quantum corpus B lucratum eſt, & mutationes motus per impulſum in utroque corpore productae (hoc eſt, incrementum motus unius & decrementum alterius) aequales erunt.

3. Si corpora A & B ſibi obviam veniant, & A feratur verſus C cum 12 motus partibus, B vero verſus D cum 3 motus partibus; qualiſcunque motus mutatio corpori B accidat, eadem omnino corpori A continget: *v.g.* ſi poſt occurſum feratur B verſus C cum partibus motus duabus, mutatio motus quae ipſi inducta eſt, erit partium quinque; aequalis ſcilicet ſummae duorum motuum, illius nempe quo prius verſus D ferebatur, quique per impulſum corporis A deſtructus eſt, & illius qui de novo recipitur cum quo verſus partes C tendit; & motus in corpore A amiſſus hiſce 5 motus partibus praeciſe aequalis erit: ideoque (ut in primo exemplo) idem omnino ſequitur effectus, qualis fuiſſet ſi vis cum 5 motus partibus pelleret B verſus C, & alia huic aequalis in corpus A imprimeretur, quae illud verſus partes D ageret.

Verum univerſaliter ictus magnitudo quae ab occurſu duorum corporum oritur, in utroque corpore ſemper aequaliter recipitur; unde & mutationes, motus quae ab ictu producuntur, in utroque corpore ſemper aequales erunt.

Sic ſi malleus ferreus vitrum percutiat, ictus tam in malleo quam in vitro aequaliter recipitur,

tur, & vitrum frangitur ferro integro manente; non quod major eſt vis percuſſionis vitro impreſſa, quam eſt illa quae in malleo recipitur, ſed quia partes ferri duriores & firmius inter ſe cohaerentes, multo melius eidem percuſſionis vi reſiſtunt, quam vitri particulae fragiles & minus cohaerentes; eodem prorſus modo ſi corpus aliquod tenui filo muro alligetur, parva vis ſufficiens erit ad illud divellendum; ſi vero praegrandi fune idem corpus muro alligatum eſſet, vis prior aequaliter applicata parum proficeret ad corpus avellendum.

4. Si equus lapidem funi alligatum trahat, retrahetur etiam equus aequaliter in lapidem; nam funis utrinque diſtentus eodem ſe relaxandi conatu aequaliter urgebit lapidem verſus equum, & equum verſus lapidem; unde attractionis vires, tam in equo quam in lapide, aequales erunt; verum cum tanta ſit firmitudo & vis equi ſolo inſiſtentis, ut tractioni funis reſiſtere poſſit, ille funi trahenti minime cedet, nec per ejus vim e loco ſuo dimovebitur; at lapis, cui non tanta ineſt reſiſtendi vis, verſus equum promovebitur.

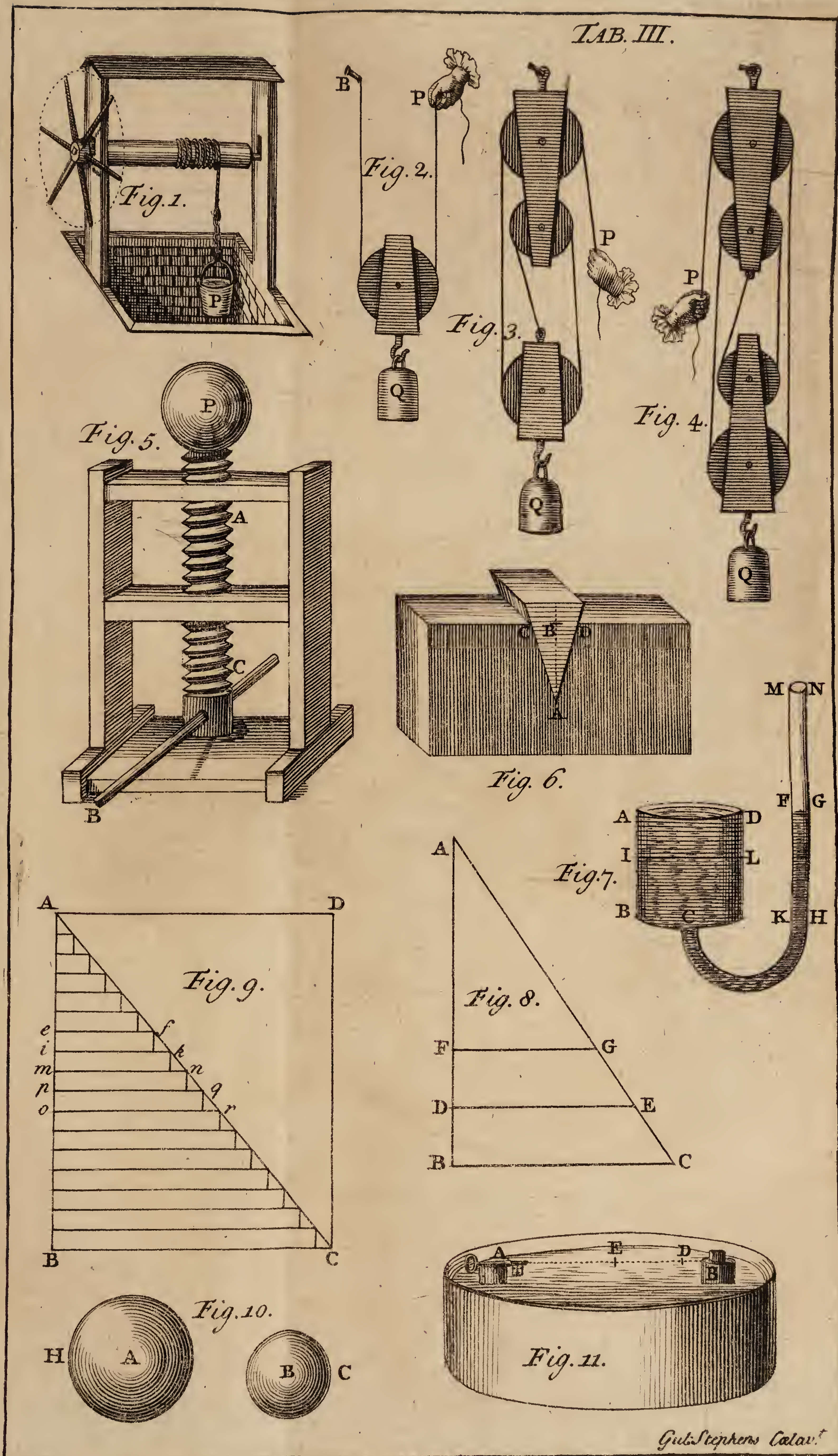
5. In attractionibus magneticis, non ſolum magnes trahit ferrum, verum & aequaliter viciſſim ab ipſo ferro trahitur; quod experientia conſtat: imponatur enim magnes ſuberis fruſto B (Tab. 3. fig. 11.) & ferrum A ſimiliter alio ſuberis fruſto imponatur, & tam magnes quam ferrum aquae innatent; deinde manu teneatur magnes, & ferrum videbimus ad magnetem accedere;

cedere; ſi vero ferrum immobile teneatur, ad illud accedere magnetem deprehendemus; ſed ſi utrumque corpus aquae libere innatare permittatur, magnes & ferrum ſibi mutuo obviam ire conſpicientur, & attractionis vis in utrumque aequaliter aget, aequales motus in utroque producendo: dico motus aequales fore, non item celeritates, niſi ferrum & magnes ejuſdem ſint ponderis; ſi enim diverſi ſint ponderis, quod magis ponderat minorem habebit celeritatem. *e.g.* ſi magnes ſit ferro decuplo ponderoſior, ferrum viciſſim decuplo majorem velocitatem habebit; ut ſcil. aequales motuum quantitates in utroque corpore generentur; ideoque non convenient magnes & ferrum in medio puncto E, ſed in puncto D, quod ita dividet diſtantiam BA, ut BD ſit ad DA ut pondus A ad pondus B; ſic in allato exemplo, ſi BD ſit totius diſtantiae pars undecima, punctum D erit ubi magnes & ferrum ſibi mutuo occurrent; cum enim BD ſit pars undecima diſtantiae BA; erit BD ad DA ut 1 ad 10; ſed ut 1 ad 10 ita (per ſuperius dicta) erit velocitas corporis B ad velocitatem corporis A; quare cum ſpatia percurſa in dato tempore ſint velocitatibus proportionalia, tempore quo corpus A percurret ſpatium AD, corpus B cum decima velocitatis parte latum percurret ſpatium aequale decimae iſtius ſpatii parti; ideoque in puncto D poſt illud tempus reperietur, in quo igitur puncto magnes & ferrum ſibi mutuo occurrent. Eodem modo duo magnetes ſuberis diverſis particulis impoſiti, ſi eorum poli amici

amici ſibi invicem obvertantur, aequaliter ſeſe mutuo attrahent: ſi vero poli inimici ſibi invicem juxta ponantur, poli hi ſeſe mutuo fugient, & quantitates motuum, vi fugae productae, in utroque aequales erunt.

6. In aliis attractionibus idem oſtenditur. Sint enim duae cymbae A & B (Tab. 4. fig. 4.) aquae innatantes, & homo in illarum una *v. g.* in A poſitus ope funis verſus ſe trahat cymbam alteram B; non ſolum hac tractione B accedet ad A, verum etiam A verſus B aequaliter trahetur; & quantitates motuum, attractione productae, in utraque cymba aequales erunt; unde ſi cymbae pondere ſint aequales, caeteris paribus, aequales habebunt velocitates, & in medio puncto E convenient. Sin una illarum altera major ſit, hoc eſt, majorem habeat in ſe materiae quantitatem, ſeu majus pondus, quae major eſt minus habebit velocitatis; *e. g.* ſi cymba B ſit decuplo major cymba A, velocitas ipſius A decuplo major erit velocitate cymbae B, & cymbae convenient in puncto G, quod ita dividit illarum diſtantiam primam AB ut AG ſit decuplo major quam GD; hoc eſt, erit GD pars undecima totius diſtantiae AD; ſi vero B ſit navigium millecuplo vel decem-millecuplo majus quam A, ipſius velocitas erit millecuplo vel decem-millecuplo minor velocitate A, ideoque vix ſenſibilis. Si jam B ſit aliud corpus infinite magnum, illius velocitas erit infinite parva, hoc eſt, prorſus nulla reſpectu velocitatis ipſius A. Hinc ſi funis litori alligetur, & homo in cymba per funem trahat

ad


TAB. III.
Fig. 1.
P
Fig. 2.
B
P
Q
Fig. 3.
P
Q
Fig. 4.
P
Q
Fig. 5.
P
A
C
B
Fig. 6.
C
B
D
A
Fig. 7.
M
N
F
G
A
D
I
L
B
C
K
H
Fig. 8.
A
F
G
D
E
B
C
Fig. 9.
A
D
e
f
i
k
m
n
p
q
o
r
B
C
Fig. 10.
H
A
B
C
Fig. 11.
A
E
D
B
Gul. Stephens Cælav.t

ad ſe litus, cymba ad litus accedet, & litus ad cymbam; cum vero litus reliquae terrenae moli firmiter adhaeret, ejus magnitudo, quae eadem eſt cum totius terrae magnitudine, reſpectu cymbae erit valde immenſa & tantum non infinita, ideoque ejus velocitas erit fere infinite exigua, & (ut dicam) nulla; ac proinde litus poteſt tanquam firmus obex conſiderari qui cedere neſcit, & tota velocitas tanquam cymbae inhaerens aeſtimari poteſt. Si navigii B pondus ſit 1,000 talentorum & feratur, verſus F cum velocitatis gradibus 100 erit (per Theor. tertium) momentum illius navigii partium 100,000; ſi jam navigio B alligetur cymba A, cujus pondus ſit 10 talentorum, quicquid motus communicatur hac ratione cymbae A, tantundem decedit navigio B. Ideoque, ſi quis in cymba A trahat funem AE, per quem navigio B alligatur, ita ut hac tractione cymba promoveatur cum 500 velocitatis partibus, erit motus exinde ortus 5,000 partium; & tantundem ſui motus amittet navigium B, cui proinde reſtabunt motus partes 95,000, unde erit velocitas navigii B partium 95.

7. Si quis in navigio A ſedens per contum aut aliud ejuſmodi inſtrumentum pellat aut protrudat navigium B verſus partes F, per illam truſionem retro cedet etiam navigium A verſus partes contrarias, ita ut in utroque navigio aequales ſint motus quantitates, quae ab hominis propellentis vi oriuntur; unde ſi navigium B ſit decuplo majus navigio A, decuplo minorem habebit

velo-

velocitatem; ſi centuplo ſit majus, habebit viciſſim centeſimam partem velocitatis navigii A; ideoque ſi B ſit corpus quodvis immenſum, erit velocitas navigii A immenſa reſpectu illius quae inveniri debet in B; unde ſi quis in nave ſedens per contum terram & litus a ſe protrudat, recedit hac truſione navis a litore; litus enim tanquam corpus immenſum & firmus obex reſpectu navis conſiderari poteſt; cujus proinde velocitas erit minima aut plane nulla, reſpectu illius quae in navigio reperitur.

Si navigium EDG (Tab.4.fig.5.) remis agatur, cum aqua per remorum palmulas AB retro pellitur verſus partes C, illa rurſus aequaliter in remos reaget, eoſque una cum navigio, cui affixi ſunt, verſus partes H propellet, ob quam ſolam cauſam promovebitur navigium: ſi enim nulla eſſet reactio, & aqua nullum imprimeret motum remis verſus partes H, cum ipſa in contrarias partes per remos truditur, ſubſiſteret navigium; quandoquidem nihil eſſet quod illud verſus plagam H propelleret; verum, cum aqua reagendo tantum motus imprimit navigio ED, quantum ipſa exinde per remos acceperit, hinc ſequitur quo majores ſunt remorum palmulae, vel numero plures (caeteris paribus) vel etiam quo celerius intra aquam agantur, eo concitatiori impetu progredi navigium.

Hinc cum natatio nihil aliud ſit quam brachiorum pedumque remigium, facile intelligitur cur intra aquas promoveamur natando; cum ſcil. per manuum pedumque palmas aqua impellitur retrorſum,

trorſum, illa reagendo in contrariam plagam natantes propellet, ita ut motus in aqua genitus aequalis ſit motui, quo natantes progrediuntur. Idem etiam dicendum eſt de avium volatu, cum enim aves per alas ſuas aërem deorſum feriunt, aër reagendo eas ſurſum elevabit; ſi verſus orientem aërem pellant, reactio aëris ipſas in occidentem tendere cogit. Sic pulvis pyrius intra tormentum bellicum accenſus rarefit, & vi ſua aequaliter agit in globum miſſilem & tormentum unde globus expellitur; aër enim rarefactus in omnem partem ſe expandere ſatagens aequaliter tam tormentum retrorſum, quam globum antrorſum urgebit, & inde elater in utroque aequales motus quantitates producet; & dividendo has motuum quantitates tam per pondus tormenti quam per pondus globi, velocitates exinde ortae erunt ponderibus reciproce proportionales.

Cum omnia corpora in ſuperficie terrae poſita verſus terram gravitent, viciſſim tellus in corpora ſingula gravitabit, & verſus illa attrahetur: & motus hac attractione geniti cum in terra tum in corporibus gravibus deſcendentibus aequales erunt; ita ſi lapis vi gravitatis ſuae deorſum ad terram cadat, terra viciſſim ad lapidem aſſurget; cum vero quantitas materiae in terra immenſe ſuperat quantitatem materiae in lapide, velocitas lapidis viciſſim immenſe ſuperabit velocitatem qua terra ad lapidem tendit, ideoque (ſi phyſice loquamur) velocitas terrae nulla erit; quod calculo ſic patebit. Ponamus lapidem 100 pedum ſolidorum verſus terram deſcendentem:

ſpatium

ſpatium a lapide tempore unius minuti ſecundi decurſum erit 15 circiter pedum: ſed (juxta illos qui de terrae dimenſione ſcripſerunt) tota globi terraquei moles continet pedes ſolidos 30,000‴,000,000″,000,000′,000,000; ponamus jam terram ubique eſſe ejuſdem denſitatis cum vulgaribus lapidibus (quamvis omnino credibile eſt ipſam eſſe multo denſiorem.) Unde erit materiae quantitas in terra, ad quantitatem materiae in lapide 100 pedum, ut 300‴, 000, 000″,000,000′,000,000 ad 1; & proinde dum lapis 100 pedum gravitate impulſus deſcendere debet per ſpatium 15 pedum, terra verſus lapidem trahetur per unius pedis partes $\frac{15}{300''',000,000'',000,000',000,000}$, quae tantilla eſt quantitas, ut ipſam imaginandi vim effugiat: & proinde in Phyſica negligi poteſt & pro nulla haberi; quamvis Geometrice & ſecundum veritatem loquendo, dicendum eſt terram ad lapidem accedere, & utrumque corpus aequaliter ſe mutuo trahere.

Si luna per gravitatem in ſua orbita detineatur ne a terra recedat; hoc eſt, ſi luna verſus terram gravitet, terra viciſſim & omnes ejus partes verſus lunam gravitabunt, & hinc continuus orietur fluxus atque refluxus maris; ſed hoc obiter, alibi enim motum maris fuſius explicabimus.

Sit navis in aqua quieſcens, quae facile a quolibet impulſu *externo* moveri poteſt; nulla tamen eſt vis *intra* navem agens, eique ſolum innixa,

quae

quae ipſam promovere poteſt. Sit enim GH (Tab. 4. fig. 6.) navis, & ponatur intra navem machina quaevis, *v. g.* corpus elaſticum ABC, quod vehementer conſtrictum reſilire ex ſe poteſt; porro compreſſa machina, latus BC approximabitur lateri AB; elater naturali ſua energia ſeu vi ſua reſtitutiva, ſe utrinque aequaliter explicare ſatagens, aequaliter impellet tabulatum DA verſus G, & tabulatum EF verſus H; & proinde navis duobus hiſce contrariis & aequalibus motibus affecta non movebitur: eodem plane modo, ſi quis in prora ſtans ad H per funem trahat ad ſe puppim G, funis utrinque diſtentus relaxandi ſe conatu aequaliter urgebit puppim verſus hominem trahentem, & trahentem verſus puppim, cumque trahens ipſi prorae inſiſtit, prora viciſſim ad puppim aequaliter trahetur, unde & hi duo motus contrarii & aequales ſe invicem deſtruent, & nullus ſequetur motus.

Ex hac lege ſequentia demonſtrantur Theoremata.

THEOR. XVIII.

Si corpus unum alteri vel quieſcenti vel ſecundum eandem directionem tardius moto impingat, ſumma motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes eadem manebit poſt impactum, quae fuit ante impactum.

Moveatur Corpus A (Tab. 4. fig. 7.) ſecundum directionem CD a C verſus D vel G, atque in aliud corpus B impingat, quod vel quieſcat, vel

ſecundum eandem directionem tardius moveatur: dico ſummam motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes, a C ſcil. verſus G, ante & poſt impulſum eandem manere. Exponat CD motum corporis A, & ſi corpus B moveatur, recta EF motum ejus exponat verſus eaſdem partes, & proinde ſumma motuum per ſummam rectarum CD, EF exponetur; cum jam actio & reactio aequales ſemper ſint & contrariae, aequales vires verſus contrarias partes impreſſae, aequales in utroque corpore producent motuum mutationes verſus contrarias plagas; ſi igitur motus per impactum corporis A ipſi B impreſſus repraeſentetur per FG, vis contraria & aequalis in corpus A agens tantundem ſubducet de ejus motu verſus eaſdem partes facto; ideoque ponendo DK ipſi FG aequalem, erit CK ut motus corporis A, & EG ut motus corporis B poſt occurſum; & proinde ſumma motuum erit ut ſumma rectarum CK, EG; cum autem FG ſit aequalis KD, ſi utriſque addantur EF & CK, erunt EG & CK aequales ipſis CD, EF: unde eadem manebit ſumma motuum verſus eaſdem partes G ante & poſt impulſum.

Si FG (Tab. 4. fig. 8.) ſit aequalis CD, punctum K coincidet cum C, & CK aequalis erit nihilo; unde poſt impulſum quieſcet corpus A.

Si vero FG (Tab. 4. fig. 9.) major ſit quam CD punctum K cadet ultra C, & motus ipſius A erit negativus ſeu verſus contrarias partes factus a C verſus K, & ſumma motuum verſus partes G factorum, erit ut EG demta CK; nam ſumma

ſumma duarum quantitatum, quarum una eſt poſitiva, altera negativa, eſt ipſarum differentia. Quoniam autem FG = KD, utrique addatur EF — CK, & erit EF + FG — CK, hoc eſt, EG — CK = KD + EF — CK, hoc eſt, CD + EF; unde ſumma motuum verſus eaſdem partes, quae hic eſt differentia motuum verſus contrarias partes factorum, ante & poſt impactum eadem manet. *Q. E. D.*

Cor. Eodem modo ſi plura corpora verſus eaſdem partes mota in ſeſe impingant, ſumma motuum verſus eaſdem partes non mutabitur.

THEOR. XIX.

Si duo corpora ad partes contrarias mota ſibi mutuo directe occurrant, ſumma motuum ad eandem partem (quae eſt differentia motuum ad partes contrarias factorum) ante & poſt occurſum verſus eandem ſemper partem eadem perſeverabit.

Moveatur corpus A (Tab. 4. fig. 10.) a C verſus D, cujus motus exponatur per CD; B vero in contrariam partem ſcil. ab E ad F moveatur, cum motu ut EF; ponatur DH ipſi EF aequalis; eritque CH, quae eſt differentia motuum ad partes contrarias, ut ſumma motuum factorum ad partem G; dico eandem CH eſſe ſummam motuum verſus eandem partem G poſt occurſum. Sit enim motus corporis B poſt impactum verſus partem G, & per rectam EG re-

praeſentetur; vis igitur impulſus in corpus B verſus partem G impreſſa, aequipollebit ſummae motuum EF, EG, & per rectam FG repraeſentabitur; nam per illam vim deſtruitur motus ut EF, verſus partem F, & novus ut EG imprimitur verſus contrariam partem G; cum vero vis impulſus aequaliter in utrumque corpus agit verſus contrarias partes, ſi fiat DK aequalis ipſi FG, haec repraeſentabit vim in corpore A exercitam verſus contrariam ejus motui partem; ideoque ſi motus ut DK ſubducatur a motu ut CD, reſtabit CK ut verus motus corporis A verſus partem G. Jam cum DK aequalis ſit FG, & DH aequalis FE, erit DK demta DH, hoc eſt, KH aequalis FG demta FE, hoc eſt, EG: & proinde, cum ſit KH aequalis EG, erit KH ut motus corporis B poſt occurſum: ſed CK eſt ut motus corporis A; ideoque CK + KH, *i.e.* CH, erit ſumma motuum in utroque corpore verſus partem G. *Q. E. D.*

Si FG (Tab. 4. fig. 11.) ſit aequalis CD, cadet punctum K in C, & motus A erit aequalis nihilo, hoc eſt, quieſcet corpus A poſt impactum, & CH erit aequalis EG.

Si vero FG (Tab. 4. fig. 12.) major ſit quam CD, punctum K cadet ultra C ad alteram partem, & motus corporis A erit a C verſus K; eſt vero (ob FG aequalem ipſi DK & FE aequalem DH) KH aequalis ipſi EG, & proinde, ſi ab utraque dematur CK, erit CH aequalis rectae EG demta CK; ſed CH erat ut ſumma motuum verſus partem G factorum *ante* occurſum; & eſt

EG,

EG (ſeu KH) demta CK, *i. e.* CH, ut ſumma motuum verſus eandem partem factorum (differentia ſcil. motuum verſus contrarias partes) *poſt* occurſum. Quare eadem manebit ſumma motuum verſus eandem partem ante & poſt impactum.

Duo haec ultima Theoremata ſimul & iiſdem verbis ſic optime a *Newtono* enuntiantur.

Quantitas motus, quae colligitur capiendo ſummam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias partes, non mutatur ab actione corporum inter ſe.

LECTIO XIII.

DEFINITIONES Secundae.

I. *CEntrum gravitatis cujuſque corporis eſt punctum illud intra corpus poſitum, per quod ſi utcunque incedat planum, quae utrinque ſunt corporis gravis Segmenta circa planum illud librata aequiponderabunt.*

Hinc, ſi corpus ex centro ſuae gravitatis ſuſpendatur, ſitum quemcunque datum retinebit; cum ſcil. partes corporis circa centrum undique aequalium momentorum conſiſtunt, ſeu aequales habent ad motum propenſiones.

 II. *Duo-*

II. *Duorum corporum commune gravitatis centrum vocamus punctum in recta ipſorum centra conjungente ita ſitum, ut diſtantiae corporum ab illo puncto ſint in ratione reciproca corporum.*

Sint duo corpora A, B (Tab. 4. fig. 13.) quorum gravitatis centra conjungat recta A B; quae ita ſit in C diviſa, ut A C ſit ad B C, ut corpus B, hoc eſt, materia in B ad corpus A vel materiam in A; punctum illud C dicitur commune corporum A & B centrum gravitatis; ideo ſcilicet, quia ſi corpora illa circa punctum illud in iiſdem ab ipſo diſtantiis rotarentur, ſitum quemcunque datum retinerent; (ut demonſtratum eſt in Theoremate 11.)

III. *Similiter, ſi ſint tria corpora A, B, D (Tab. 4. fig. 14.) ſitque C centrum gravitatis duorum A & B, & dividatur recta C D in E, ita ut C E ſit ad D E ut pondus corporis D ad pondus duorum A & B ſimul, dicitur punctum illud E trium horum corporum commune gravitatis centrum; circa quod etiam corpora illa rotata ſitum quemcunque datum retinerent.*

IV. *Eodem modo, ſi ſint quatuor corpora A, B, D, F (Tab. 4. fig. 15.) & ſit E commune centrum gravitatis trium illorum A, B, D; punctum G, quod ita dividat rectam E F, ut E G ſit ad G F ut pondus corporis F ad pondus corporum A, B, D ſimul, vocatur commune horum quatuor centrum gravitatis.*

Atque

Atque ſic quinque aut plurium corporum commune centrum gravitatis definitur.

V. *Corpus unum dicitur alteri directe impingere, cum recta ſecundum quam movetur, per impingentis centrum gravitatis & punctum contactus ducta, ſit ſuperficiei corporis in quod impingitur perpendicularis; aut etiam ſi non in puncto, ſed in linea ſeu ſuperficie ſeſe tangant, cum recta illa ſit huic ſive lineae ſive ſuperficiei perpendicularis.*

VI. *Oblique autem ſeu indirecte impingere dicitur, cum praedicta recta ſuperficiei corporis, in quod impingit, non ſit perpendicularis.*

VII. *Corpus perfecte durum appello, quod ictui nequaquam cedit; hoc eſt, quod ne pro minimo tempore figuram ſuam amittit.*

VIII. *Corpus molle eſt, quod ictui ita cedit, ut priſtinam figuram amittat, & nunquam ſeſe ad eandem reſtituere conetur.*

IX. *Corpus elaſticum eſt, quod ictui aliquantiſper cedit, ſe tamen in priſtinam figuram ſua ſponte reſtituit.*

X. *Vis elaſtica eſt vis illa, qua corpus de figura ſua detruſum ſeſe in priſtinam figuram reſtituit.*

XI. *Corpus perfecte elaſticum eſt, quod ſe eadem vi in priſtinam figuram reſtituit, qua ab ea dimotum eſt.*

THEOR. XX.

Si duo vel plura corpora motu aequabili, ſecundum eandem, vel contrarias partes, ferantur, commune

mune illorum centrum gravitatis ante mutuum occurſum, vel quieſcet, vel movebitur uniformiter in directum.

Caſus primus. A & B (Tab. 4. fig. 16.) verſus partes contrarias cum motibus aequalibus tendant, quorum commune gravitatis centrum ſit C. Ob aequalem in utroque corpore motus quantitatem, erit velocitas corporis A ad velocitatem corporis B, ut corpus B ad corpus A; hoc eſt, (ex natura centri gravitatis) ut A C ad B C; unde, cum ſpatia eodem tempore percurſa ſint velocitatibus proportionalia, dum mobile A percurrit longitudinem A C, longitudo B C percurretur a mobili B; ideoque concurrent corpora in puncto C, & in eo puncto erit ipſorum gravitatis centrum tempore concurſus; ſed & ante concurſum in eodem erat puncto, ideoque in eodem permanſit loco.

Eodem modo, ſi corpora cum aequalibus motibus a puncto C recederent, oſtendetur ipſorum gravitatis centrum quieſcere.

Caſus ſecundus. Si corpora in eadem recta verſus eandem partem, vel inaequalibus motibus verſus contrarias, ferantur, illorum commune gravitatis centrum ſemper in eadem recta invenietur. Cum enim corpora uniformiter directe a ſeſe recedant, vel ad ſeſe accedant, ipſorum a ſe invicem diſtantia uniformiter augebitur vel minuetur, & proinde corpora a puncto quovis praedictam diſtantiam in data ratione dividente uniformiter recedent, vel ad ipſum uniformiter accedent.

cedent. Corporum igitur diſtantia a communi gravitatis centro uniformiter augebitur vel minuetur; quod fieri non poteſt, in praedictis caſibus, niſi centrum illud vel quieſcat (ut in primo caſu) vel uniformiter moveatur, ut in praeſenti caſu.

Caſus tertius. Moveantur corpora A & B (Tab. 5. fig. 1.) in rectis AC, BD; ſintque ſpatia a corpore A in aequalibus temporibus percurſa AC, CE aequalia, & ſpatia a corpore B in iiſdem temporibus percurſa BD, DF quoque aequalia; concurrant rectae AC, BD in G; & fiat ut AC ad BD, ita AG ad GH; & jungatur AH; cui per C & E parallelae ducantur CI, EK; erit AC ad HI ut AG ad GH, hoc eſt, ut AC ad BD; quare eſt HI = BD, & proinde HB = ID. Similiter eſt CE ad IK ut AG ad GH vel AC ad BD, hoc eſt, ut CE ad DF; quare eſt IK = DF, unde & KF = ID = HB. Sit L commune gravitatis centrum, cum corpora in punctis A & B locantur; ducatur LM ad BD parallela; erunt rectae AB, AH ſimiliter ſectae; jungatur GM & producatur; haec ſecabit parallelas ipſi AH in punctis N & O, in eadem ſcilicet ratione qua ſecta eſt AH vel AB; ducantur per N & O ad BD parallelae NP, OQ; hae ſecabunt CD, EF in eadem ratione qua ſectae ſunt CI, EK, hoc eſt, in ea ratione qua ſecta eſt AB in L; ſed L eſt commune centrum gravitatis, cum corpora in A & B reperiantur; quare erit P ipſorum centrum, cum in punctis C & D fuerint, & Q illorum eſt centrum,

trum, cum corpora ſint in punctis E, F. Praeterea eſt M L ad H B ut A M ad A H, vel ut C N ad C I, ſeu ut N P ad I D; ſed ſunt H B & I D aequales; quare & M L, N P aequales erunt; ſimiliter N P & O Q aequales erunt: cum igitur rectae M L, N P, O Q aequales ſint & parallelae, recta per L ducta & ad M O parallela tranſibit per puncta P & Q, & proinde centrum gravitatis ſemper in recta L Q locabitur: praeterea (ob parallelas) eſt A C ad C E ut M N ad N O, hoc eſt, ut L P ad P Q; quare (ob A C = C E) erit L P = P Q. Semper igitur in eadem recta eſt corporum commune gravitatis centrum, & in aequalibus temporibus aequalia percurrit ſpatia. *Q. E. D.*

Caſus quartus. Si corpora non in uno aliquo ſed in diverſis planis moveantur, ipſorum viae & via communis centri gravitatis reducendae ſunt ad idem planum, demittendo a punctis viarum ſingulis perpendicula in planum quodvis, & (ſimiliter ac in praecedenti caſu) demonſtrabitur viam centri gravitatis ſic reductam, eſſe lineam rectam; cumque hoc in plano quovis ad libitum aſſumto ſit, neceſſe eſt ut ipſa via ſeu ſemita centri gravitatis corporum ſit linea recta. *Q. E. D.*

Similiter commune centrum horum duorum corporum & tertii cujuſvis vel quieſcit, vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod ab ipſo dividitur diſtantia centri communis gravitatis duorum corporum, & centri corporis tertii in data ratione; eodem modo & commune centrum horum trium corporum & quarti cujuſvis

juſvis vel quieſcit, vel progreditur in linea recta, propterea quod ab eo dividitur diſtantia inter centrum commune trium & centrum corporis quarti in eadem ſemper ratione; & ſic de aliis quotcunque corporibus. *Q. E. D.*

THEOR. XXI.

Si duo corpora, utcunque aequalia vel inaequalia, verſus eandem partem, celeritatibus utcunque aequalibus vel inaequalibus ferantur, ſumma motuum in utroque corpore aequalis erit motui, qui orietur, ſi utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum eſſet.

Sint duo corpora A & B (Tab. 4. fig. 17.) quorum commune gravitatis centrum ſit C, & utrumque corpus feratur verſus D; dico ſummam motuum in utroque corpore aequalem fore motui, qui produceretur, ſi utrumque corpus cum celeritate centri gravitatis C verſus D latum eſſet. Deſcribat enim corpus A in dato quovis tempore longitudinem A*a*, corpus B longitudinem B*b*, & via a gravitatis centro C interea percurſa ſit CG; & (per Theor. 6.) longitudines A*a*, B*b*, CG ſimul deſcriptae repraeſentabunt celeritates corporis A, corporis B, & communis centri gravitatis C reſpective. (per Corol. autem Theor. 3.) motus quantitas in quovis corpore eſt ut rectangulum factum ex materia & celeritate, ideoque erit motus in corpore A ut $A \times Aa$; & in corpore B, ut $B \times Bb$; & ſumma motuum erit ut ſumma horum rectangulorum, ſc.

ut

ut $A \times Aa + B \times Bb$. Eſt vero (per definit. centri gravitatis corporum) BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita etiam (per eandem definitionem) bG ad aG; quare erit BC ad AC ut bG ad aG; unde (per 19. El. 5.) BC eſt ad AC, hoc eſt, A ad B, ut $BC - bG$ ad $AC - aG$; hoc eſt, ut $CG - Bb$ ad $Aa - CG$; ideoque (per 16. El. 6.) $A \times Aa - A \times CG$ aequale erit $B \times CG - B \times Bb$; & proinde $A \times Aa + B \times Bb$ aequale erit $A \times CG + B \times CG$: ſed duo rectangula $A \times Aa$ & $B \times Bb$ ſunt (uti dictum eſt) ut ſumma motuum in utroque corpore; & duo rectangula ſub A & CG, & ſub B & CG erunt ut ſumma motuum qui orirentur, ſi utrumque corpus cum celeritate CG centri gravitatis latum eſſet; unde erit ſumma motuum in utroque corpore aequalis motui, qui produceretur, ſi utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum eſſet. *Q. E. D.*

Si tria ſint corpora A, B, D (Tab. 4. fig. 14.) ad eandem partem lata, quorum trium commune gravitatis centrum ſit E; erit ſumma motuum in tribus corporibus aequalis motui orto ex corporibus iiſdem cum velocitate puncti E latis. Sit enim C commune centrum gravitatis duorum quorumvis A & B, erit (per ſuperius demonſtrata) motus in duobus hiſce corporibus aequalis motui, qui oriretur, ſi utrumque corpus in unum coaleſcens cum velocitate puncti C latum eſſet; ſed etiam ſumma motuum (ſc. motus corporum ſic coaleſcentium & motus tertii corporis D) aequalis erit motui, qui fieret, ſi corpus ex duobus coaleſcens una cum corpore

tertio

tertio D moveretur cum celeritate puncti E, unde liquet in hoc quoque caſu Theorema.

Eadem eſt demonſtratio, ſi corpora non in eadem recta, ſed in parallelis, vel etiam in rectis quomodocunque inclinatis moveantur. Sed in hoc caſu notandum eſt celeritatem corporum, qua verſus eandem plagam cum centro gravitatis feruntur non aeſtimari a via quam revera percurrunt, ſed ſolum a via in quam ſecundum directionem centri gravitatis promoventur; *v. g.* ſi duo corpora A & B (Tab. 5. fig. 2.) in rectis A*a*, B*b* ferantur, ſitque CG linea a communi centro gravitatis deſcripta, interea dum corpora percurrunt longitudines A*a*, B*b*, & demittantur a punctis A, *a*, B, *b* in rectam CG perpendiculares AF, *ag*, BH, *b*K; ſpatia jam quae ſecundum directionem puncti C corpora percurrunt, non ſunt A*a*, B*b*, quae ſunt ſpatia abſoluta ab iiſdem deſcripta: verum ſpatium, ſecundum quod promovetur corpus A verſus plagam D, computandum eſt in recta FD, per longitudinem F*g*; tantum enim & non amplius ſecundum directionem puncti C progreditur. Similiter ſpatium ſecundum quod promovetur corpus B verſus plagam D eſt HK, & per illud ſpatium ejus in recta HD progreſſus aeſtimatur; ideoque celeritates corporum, quibus verſus eandem partem feruntur, ſunt ut rectae F*g*, HK: eſt praeterea A ad B ut BC ad AC, ſeu (ob aequiangula triangula ACF, BCH) ut HC ad FC; unde ſimiliter procedet demonſtratio ac in primo caſu.

THEOR.

THEOR. XXII.

Si duo corpora verſus contrarias partes ferantur, erit differentia motuum ad partes contrarias factorum, vel, quod idem eſt, ſumma motuum ad eandem partem, aequalis motui qui produceretur, ſi utrumqne corpus verſus eandem plagam, cum celeritate communis ipſorum gravitatis centri latum eſſet.

Sint corpora A & B (Tab. 4. fig. 18.) quorum gravitatis centrum commune ſit C, & moveatur corpus A ab A verſus D, & corpus B verſus contrariam plagam a B verſus E; ſint ſpatia a corporibus A, B & centro C ſimul deſcripta Aa, Bb, CG; haec (per Theor. 6.) repraeſentabunt velocitates corporis A, corporis B & centri gravitatis C reſpective; unde eſt motus corporis A ut A× Aa, & motus corporis B ut B× Bb, unde differentia motuum erit A× Aa — B× Bb: porro ex natura centri gravitatis eſt BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita erit bG ad aG, quare erit ut BC ad AC ita bG ad aG; ideoque erit (per 19. El. 5.) BC ad AC, hoc eſt, A ad B, ut BC — bG ad AC — aG, id eſt, erit A ad B ut Bb + CG ad Aa — CG; quare erit (per 16. El. 6.) rectangulum ſub A & Aa — CG aequale rectangulo ſub B & Bb + CG; hoc eſt, A× Aa — A× CG = B× Bb + B× CG; unde erit A× Aa — B× Bb = A× CG + B× CG; ſed A× Aa — B× Bb eſt (uti dictum eſt) differentia motuum verſus

verſus contrarias partes, vel ſumma motuum verſus eandem; & $A \times CG + B \times CG$ eſt motus emergens, ſi utrumque corpus cum velocitate communis ipſorum centri gravitatis latum eſſet; unde liquet propoſitum.

Cor. 1. Si differentia motuum verſus contrarias partes ſit nihilo aequalis; hoc eſt, ſi in utroque corpore ſint motuum quantitates aequales, commune gravitatis centrum in hoc caſu quieſcet.

Cor. 2. Si ſint plura corpora, vel omnia verſus eandem, vel quaedam in contrarias partes lata, ſumma motuum ex omnibus verſus eandem partem eadem erit, ac ſi omnia ad eam partem cum velocitate communis omnium gravitatis centri lata eſſent.

Cor. 3. Corporum igitur plurium motus ex motu centri gravitatis aeſtimandus eſt, & tantum eorum ſyſtema progreditur vel regreditur, tantum aſcendit vel deſcendit, quantum commune ipſorum gravitatis centrum progreditur vel regreditur, aſcendit aut deſcendit.

THEOR. XXIII.

Si corpora in ſe invicem impingant, vel etiam utcunque in ſeſe agant, communis illorum gravitatis centri ſtatus vel quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, non exinde mutabitur.

Si corpora in ſe invicem impingant, (per Theor. 19.) ſumma motuum verſus eandem partem

eadem manet ante & poſt impulſum: ſed (per Theor. 21 & 22.) ſumma motuum ante & poſt impulſum eadem eſt, ac ſi corpora omnia cum velocitate communis gravitatis centri ad eandem cum ipſo partem lata eſſent: quare cum eadem corpora habent motuum ſummas ante & poſt impulſum ſibi invicem aequales, & etiam aequales motui orto ex omnibus ſimul cum velocitate communis gravitatis centri latis, liquet velocitatem communis gravitatis centri ante & poſt impulſum eandem manere. *Q. E. D.*

Hucuſque leges quaſdam generales ad corporum quorumcunque motus determinandos inſervientes tradidimus, ad alias jam ſpeciales congreſſuum regulas devenimus, quibus ſcil. corpora ſingula poſt occurſum, & mutuum in ſe invicem impactum, motus ſuos continuant, & verſus quas partes, & cum quibus velocitatibus ſingula tendant. Verum ob variam corporum ſtructuram, prout ſcil. elaſtica vi pollent, vel deſtituuntur, pro diverſis corporum generibus regulae congreſſuum diverſae erunt: & quamvis nullum fortaſſe detur corpus, quod ſit vel perfecte durum, vel perfecte molle, vel perfecte elaſticum, (omnia enim corpora aliquid ex hiſce omnibus fortaſſe in ſe continent) id tamen non impedit, quin qualitates iſtas abſtractione mentis ſeparare poſſimus, & corpus conſiderare tanquam una ſolummodo ex hiſce qualitatibus praeditum: & motus corporum eo magis ad regulas infra tradendas accedunt, quo magis corpora ipſa ejuſmodi qualitatibus & conditionibus gaudent.

Sup-

Supponimus hic corpora ab aliis omnibus ita eſſe diviſa, ut eorum motus ab aliis circumjacentibus nec impediantur, nec juventur.

Theor. XXIV.

Si corpus durum vel molle, corpori duro vel molli directe impingat, ſive illud in quod impingat, quieſcat, ſive verſus eandem partem tardius moveatur, ſeu demum verſus contrariam, ſintque motus inaequales; utrumque corpus poſt impactum una cum communi gravitatis centro junctim movebitur.

Impingat corpus A (Tab. 4. fig. 19.) in corpus B, quod vel quieſcat, vel verſus eandem plagam tardius, vel verſus contrariam cum minore motu feratur; dico utrumque corpus poſt impulſum eadem celeritate una cum communi gravitatis centro junctim moveri. Cum enim corpus B non impediatur ab aliis corporibus circumjacentibus, *(per legem ſecundam)* a vi in ipſum per corpus A impreſſa movebitur verſus eas partes, in quas fit virium directio; ſed & junctim movebitur cum corpore A: non enim tardius moveri poteſt, ob corpus inſequens A; non celerius, quia nulla alia (ex hypotheſi) praeter impellens A, datur hujus motus cauſa; cum alia omnia, ut vis elaſtica & ambiens fluidum, nihil agere ſupponantur; ideoque poſt impactum cum communi ipſorum centro gravitatis utrumque corpus junctim movebitur. *Q. E. D.*

Cor. Si corpora ponantur concurrere in D, cum velocitates mobilium ſunt ut ſpatia ſimul deſcripta, velocitates corporis A, corporis B & centri gravitatis C, *ante occurſum* erunt ut rectae A D, B D, C D reſpective; hae enim longitudines ſimul percurruntur.

Probl. II.

Corporum durorum aut mollium poſt directum impactum determinare motus.

Omnes hujus Problematis caſus eadem opera conſtruemus. (Tab. 4. fig. 20, 21, 22, 23, 24, 25.) Sint igitur duo corpora A & B, quorum gravitatis centrum ſit C, ponantur corpora concurrere in D; erunt (per praecedens Corol.) celeritates ante impactum corporis A, corporis B & communis centri gravitatis C, ut rectae A D, B D, & C D reſpective; fiat jam D E aequalis D C, haec repraeſentabit velocitatem corporum poſt occurſum; hoc eſt, erit velocitas corporis A ante impulſum ad ejuſdem velocitatem poſt, ut A D ad D E; & velocitas corporis B ante impactum, erit ad ejus velocitatem poſt impactum, ut B D ad D E; nam (per Theor. 19.) corpora A & B poſt impulſum una cum centro gravitatis progrediuntur: ſed (per Theor. 23.) celeritas centri gravitatis eadem manet ante & poſt impulſum, & verſus eandem ſemper plagam; quare ſi C D repraeſentet celeritatem ipſius ante impulſum, D E ipſi C D aequalis ejus velocitatem

tem poſt impulſum exponet; ideoque DE exponet quoque celeritatem corporum A & B, quae una cum centro C progrediuntur poſt impulſum. *Q. E. D.*

Cor. 1. Si corpus B quieſcat, coincidet punctum D cum B, ut in fig. 20; & quia B eſt ad A, ut AC ad BC (vel DE,) erit componendo A + B ad A, ut AB (vel AD) ad DE; hoc eſt, velocitas corporis A ante impactum eſt ad ejuſdem velocitatem poſt, ut ſumma corporum ad corpus impingens A.

Exemplum 1. Si A ſit aequale quieſcenti B, erit A + B ad A ut 2 ad 1, ideoque velocitas corporis impingentis erit dupla ipſius velocitatis poſt impactum.

Exemplum 2. Si A ſit ad B ut 1 ad 9, erit A + B ad A ut 10 ad 1; ideoque velocitas poſt impulſum erit tantum pars decima velocitatis ante impulſum.

Exemplum 3. Si B ſit corpus infinite ſuperans A, erit velocitas corporis A, poſt impulſum infinite parva, hoc eſt, nulla; nam in eo caſu A reſpectu A + B evaneſcit, & proinde velocitas corporis A poſt occurſum quoque evaneſcet; hoc eſt, ſi corpus in firmum obicem impingat cedere neſcium, poſt impactum quieſcet.

Exemplum 4. (fig. 21.) Si corpus B ipſi A aequale, ſecundum eandem directionem tardius moveatur, erit DE (vel CD) $= \frac{AB}{2} + BD = \frac{AB + 2BD}{2} = \frac{AD + BD}{2}$, hoc eſt, erit ve-

locitas

locitas poſt impulſum priorum velocitatum ſemi-ſumma.

Exemplum 5. (fig. 23.) Si corpora cum aequalibus motibus verſus contrarias partes tendant, punctum D coincidet cum C, ut in Theor. 20. demonſtratum fuit; & CD, DE erunt nihilo aequales, hoc eſt, poſt occurſum quieſcet utrumque corpus.

Cor. 2. Hinc demonſtratur falſam eſſe Carteſianorum legem, qua eandem ſemper motus quantitatem in univerſo conſervari volunt; nam corpora non elaſtica, verſus contrarias partes cum aequalibus motibus in ſeſe incurrentia, mutuos motus tollunt.

Exemplum 6. (fig. 24.) Si corpora aequalia verſus contrarias partes cum inaequalibus motibus tendant, erit DE (vel CD) $= CB - BD$ $= \frac{AB}{2} - BD = \frac{AB - 2BD}{2} = \frac{AD - BD}{2}$ hoc eſt, erit velocitas poſt impulſum priorum velocitatum ſemi-differentia.

Haec omnia ex ſuperiori conſtructione facile fluunt; ſed cum in praxi calculus ſemper adhibendus eſt, generalis hujus Problematis ſolutio per calculum ſic eruitur.

Velocitas corporis A vocetur C; velocitas corporis B ſit c; & ſi corpora ſecundum eandem directionem moveantur, ſumma motuum in utroque verſus eandem plagam erit $AC + Bc$: ſin verſus contrarias partes moveantur, ſumma motuum verſus eandem partem erit $AC - Bc$; ſed (per Theor. 19.) in corporibus omnibus,

ſumma

ſumma motuum verſus eandem partem ante & poſt impulſum eadem manet, quare erit corporum poſt impulſum motus vel AC + Bc vel AC — Bc, prout corpora ad eandem vel contrarias partes ante impulſum tendebant; datur igitur momentum corporum eadem velocitate latorum; unde (per dicta in Lect. X.) ipſorum velocitas ſimul innoteſcet; nempe ſi dividatur momentum per ipſa corpora, quotiens exhibebit ipſorum velocitatem ſcil. $\frac{AC + Bc}{A + B}$ vel $\frac{AC - BC}{A + B}$, & ſi B quieſcat, hoc eſt, ſi c ponatur nihilo aequalis, velocitas corporum erit $\frac{AC}{A + X}$.

Cor. 3. Cum velocitas corporis A ante impactum fuerit ut AD, & poſt impactum ejus velocitas ſit CD, erit velocitas amiſſa AC, & proinde motus per ictum amiſſus A × AC.

THEOR. XXV.

Si corpus motum alteri ſive moto, ſive quieſcenti directe impingat; ictus magnitudo proportionalis eſt momento ad occurſum deperdito, in corpore, ſi quid ſit, fortiori.

Si enim intelligatur motorum corporum (ſi quid ſit) fortius, vel ſi momentorum ſint aequalium, utrumvis ut percutiens, alterum ut percuſſum, ictus magnitudo aequipollebit vi a percutiente in percuſſum impreſſae; ſed vis illa quae in percuſſum imprimitur a percutiente de-

 cidit,

cidit, *(per legem tertiam;)* ideoque motus in corpore percutiente amiſſus, erit vi in corpus percuſſum impreſſae, & proinde magnitudini ictus, proportionalis. *Q. E. D.*

Cor. Ubi aequalia ſunt momenta quae a corporibus percutientibus decidunt, ibi aequales erunt ictuum magnitudines.

THEOR. XXVI.

Si corpus datum in aliud quieſcens datum directe impingat; ictus magnitudo velocitati impingentis ſemper erit proportionalis.

Impingat corpus datum A (Tab. 4. fig. 26.) in aliud datum quieſcens B, cum velocitate quae exponatur per AB; deinde impingat idem corpus A in idem quieſcens B, cum alia velocitate DE; hoc eſt, ſit AB ad DE ut prior velocitas ad poſteriorem, & ponantur deinde corporum diſtantiae AB, DE; quaecunque enim inter ea, initio motus, intercedat diſtantia perinde eſt quoad magnitudinem ictus; ſitque commune centrum gravitatis in primo ſitu C, in ſecundo G. Cum corpus A movetur velocitate AB, erit CB ejus velocitas poſt occurſum; & cum motus ante impactum fuit A × AB, motus poſt impactum erit A × CB; & motus amiſſus erit A × AC. Eodem modo ſi corpus moveatur velocitate DE, erit motus amiſſus A × DG, ac proinde ictus magnitudo cum velocitate AB erit ad magnitudinem ictus cum velocitate DE, ut A × AC ad A × DG, vel ut AC ad DG: quia autem

autem eſt A C ad B C ut B ad A, erit A C ad A C + B C, (hoc eſt) A B, ut B ad A + B; & ſimiliter erit B ad A + B ut D G ad D E, quare erit A C ad A B, ut D G ad D E, unde *(permutando)* erit A C ad D G ut A B ad D E; hoc eſt, erit ictus magnitudo cum velocitate A B ad magnitudinem ictus cum velocitate D E ut velocitas A B ad velocitatem D E. *Q. E. D.*

Cor. Si corpus A in B irrueret, motus amiſſus eſſet A × A C; ſi vero B in A cum eadem celeritate impingeret, motus amiſſus eſſet B × B C; quia autem eſt ut A ad B ita B C ad A C, erit A × A C = B × B C, ideoque eadem erit quantitas motus per ictum amiſſa, ſive B cum data celeritate impingat in A, ſive A cum eadem velocitate in corpus B incurrat; ideoque eadem in utroque caſu erit ictus magnitudo.

Theor. XXVII.

Si corpus unum in alterum, ſecundum eandem rectam, ad eandem partem ſegnius latum, directe impingat, eadem erit ictus magnitudo, ac ſi antecedens quieſceret, & inſequens in illud cum velocitatum differentia latum eſſet.

Sint duo corpora A & B (Tab. 4. fig. 27.) verſus eandem partem lata, quorum commune gravitatis centrum ſit C; & ponantur corpora concurrere in D: conſtat ex ſupra traditis velocitates corporum ante impulſum eſſe ut rectae AD, BD, & proinde velocitatum differentia erit ut

 AB;

AB; utriuſque autem corporis poſt impactum velocitas per CD exponetur, & proinde motus deperditus in corpore A erit A × A C. Si autem corpus A cum velocitate A B in quieſcens B impingeret, ipſius velocitas poſt occurſum eſſet C B, & motus amiſſus eſſet A × A C; unde cum in utroque caſu eadem amittitur in percutiente motus quantitas, eadem quoque erit ictus magnitudo.

Cor. Si eadem manet velocitatum differentia, hoc eſt, velocitas reſpectiva, qua corpora ad ſeſe accedunt, quomodocunque augeatur aut minuatur illorum ſumma, eadem ſemper conſequetur ictus magnitudo.

Theor. XXVIII.

Si corpora duo motibus contrariis ſibi invicem obviam veniant, ictus magnitudo eadem erit, ac ſi unum ipſorum quieſceret, & alterum in illud cum velocitatum ſumma impingeret.

Sint duo corpora A & B (Tab. 4. fig. 28.) verſus contrarias partes lata, quorum commune gravitatis centrum ſit C, ſitque D punctum in quo concurrunt; conſtat velocitates corporum A & B eſſe ut rectae A D, B D; & proinde velocitatum ſumma exponetur per A B; C D autem deſignat ipſorum velocitatem poſt impactum, & proinde motus in corpore A amiſſus erit A × A C. Si autem A in B quieſcens impingeret cum velocitate A B, velocitas poſt impactum eſſet ut C B, & motus amiſſus eſſet A × A C. Cum igitur

tur in utroque caſu eadem motus quantitas amittitur, eadem quoque erit ictus magnitudo. *Q. E. D.*

Cor. 1. Si igitur eadem maneat velocitatum ſumma, hoc eſt, velocitas reſpectiva corporum A & B qua ad ſe invicem accedunt, quaecunque ſit velocitatum differentia, ſeu quomodocunque velocitas illa inter corpora concurrentia partita ſit, eadem ſemper erit ictus magnitudo.

Cor. 2. Eſt igitur ictus magnitudo in datis corporibus ſemper proportionalis ipſorum velocitati reſpectivae.

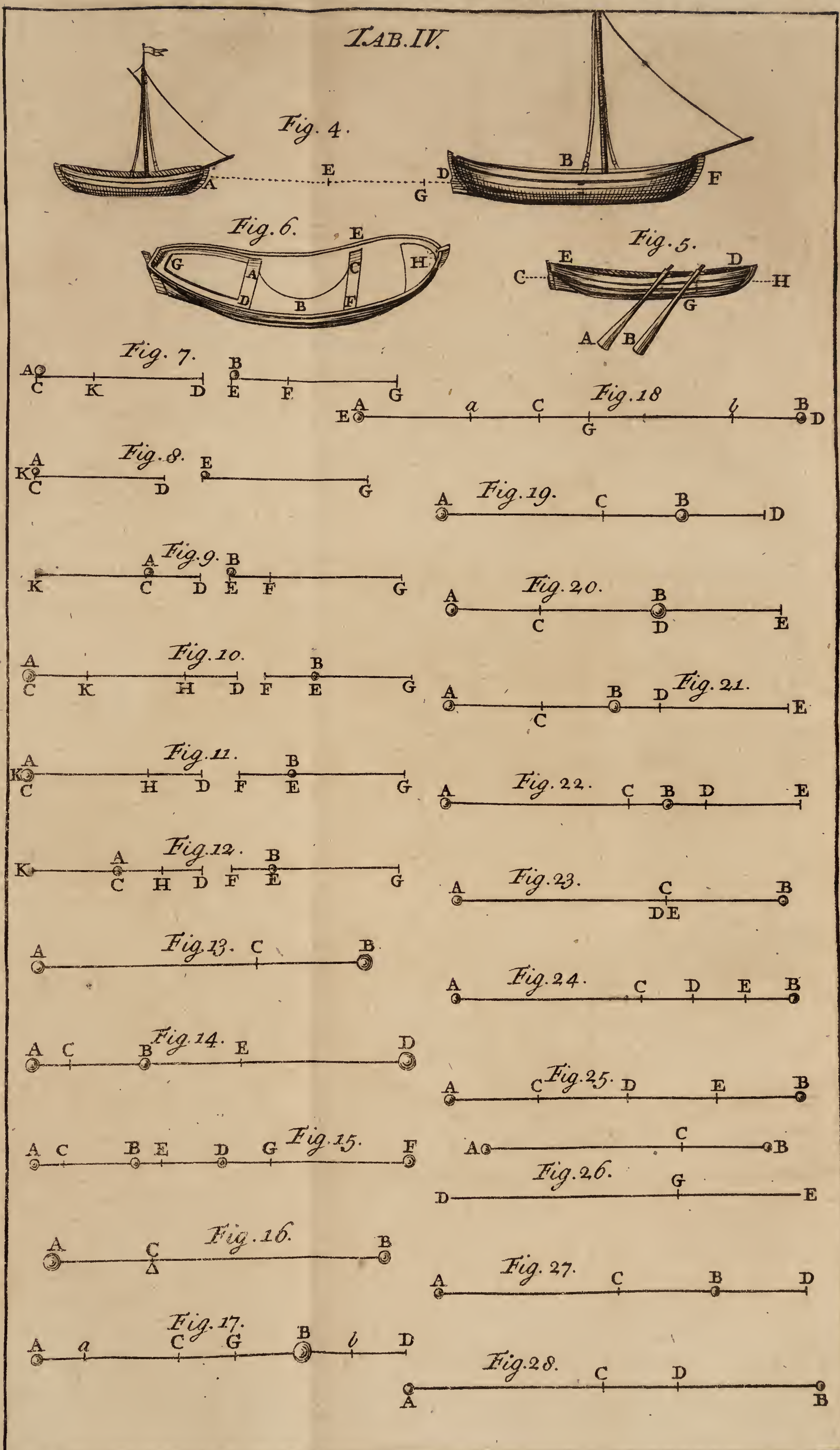
Cor. 3. Corporum in dato ſpatio incluſorum iidem ſunt motus inter ſe, ſive ſpatium illud quieſcat, ſive moveatur uniformiter in directum; nam differentiae velocitatum, quibus corpora tendunt ad eandem partem, & ſummae, quibus ad contrarias partes tendunt, eaedem ſunt, ſive ſpatium in quo corpora includuntur quieſcat, ſive moveatur uniformiter in directum; ideoque ictus magnitudines hiſce ſemper proportionales exiſtentes eaedem erunt in utroque caſu. Hinc in navi motus omnes eodem modo ſe habent, ſive ea quieſcat, ſive moveatur uniformiter in directum. Sic etiam projectorum & percuſſionum Phaenomena eadem contingunt omnia apud nos in terra poſitos, ſive cum terra junctim ferantur omnia communi motu, ſive abſit ille communis motus & terra quieſcat; ideoque quae afferri ſolebant objectiones a projectionibus inaequalibus eadem vi faciendis, prout vel ad orientem vel ad occidentem fierent, atque ab inaequalibus percuſſionibus

cuſſionibus a tormento bellico globum emittente futuris, prout in has vel illas partes exploſio fieret, & quae ſunt ejuſmodi, nihil in utramvis partem probant, ſive ad quietem terrae, ſive motum adſtruendum.

LECTIO XIV.

SI nulla eſſet Elaſticitas, leges, quas in praecedente lectione de Percuſſione corporum durorum propoſuimus, omnibus corporibus perfecte congruerent, & corpora omnia poſt impulſum junctim moverentur ad partes eas, ad quas ante percuſſionem tendebat corpus fortius, hoc eſt, cujus momentum majus erat, & cum ea celeritate quam in ſupradictis legibus determinavimus. Verum cum pauca admodum dentur corpora, in quibus non aliquid ineſt elaſticitatis (nam molle lutum, cera, & alia iſtiuſmodi corpora, quaſdam aëris particulas in ſe continent, quae ipſis virtutem aliquam elaſticam reddere valeant) fit per vim illam elaſticam, ut corpora non junctim poſt impulſum moveantur, ſed a ſeſe reſiliant, & diverſa velocitate aliquando ad eandem, aliquando ad contrarias partes moveantur. Ut vero modus & cauſa hujus reſilitionis intelligatur, res exemplo illuſtrari poteſt.

Sit AB (Tab. 5. fig. 3.) filum ſupra planum, in aliqua tamen ab ipſo diſtantia, extenſum; cujus


Tab. IV.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.

jus duae extremitates A, B firmiter figantur, & filum fortiter tendatur: ſi jam trahatur filum per medium ſuum D, extremitatibus fixis manentibus, ad ſitum ACB ita ut punctum ejus D ſit in C, & tunc dimittatur, non manebit filum in ſitu ACB, ſed magna vi in ſitum priorem ſe reſtituere perget; & cum per continuam vis elaſticae actionem motus ſatis velox in filo genitus eſt, fit ut cum in ſitum ADB pervenerit, in motu ſuo verſus eandem partem perſeveraverit, donec vis elaſtica ſeu reſtitutiva huic motui continuo renitens, & tandem aequipollens, ipſum deſtruet, & filum cum vi verſus partes C urgebit, adeo ut cum rurſus in ſitum ADB pervenerit, eandem vim habebit ulterius movendi verſus C quam prius habuit tendendi verſus partes E; atque ſic eundo & redeundo continuas vibrationes efficiet.

Ponamus jam corpus F in filum AB irruere; filum per vim ipſi a corpore F illatam ex ſitu ſuo deturbabitur, & punctum ejus D, in quod incurrit corpus F, una cum F verſus C movebitur; qui motus eo uſque continuabitur, donec vis fili reſtitutiva motui corporis F contraria ipſi aequipolleat; quod cum ſit, deſtruetur motus omnis verſus C; vis autem haec elaſtica ulterius agens filum reducet, quod itaque corpus F urgebit, & ipſum eadem velocitate ſecum movebit; ſed (ob fortem quam hic ſupponimus fili tenſionem) eadem vi ſe reſtituet filum, qua prius inflexum fuit; at vis, qua inflectebatur, momento corporis impingentis aequipollebat (nam illud

illud omne in filo flectendo impenſum fuit) ideoque filum ea vi in corpus F agendo, eandem motus quantitatem ipſi reſtituet, quae in flexione inſumta fuerit; ideoque corpus F, eadem velocitate qua advenerat, regredietur, atque ſic fiet reflectio.

Ponamus jam loco fili corpus aliquod elaſticum AB (Tab. 5. fig. 4.) quod fixum & immobile ſupponere primo liceat; & ejus ſuperficies ADB vi corporis ingruentis F introrſum comprimatur: quamprimum vis comprimens, hoc eſt, motus corporis F ceſſaverit, elater vi ſua inſita in priſtinam figuram ſe reſtituet, & cum ea vi corpus F urgebit verſus E; & ſi corpus utrumvis ſit perfecte elaſticum, vis elateris reſtitutiva vi ipſum comprimenti, hoc eſt, momento corporis F aequipollebit, ideoque cum hac vi in corpus F agens illud cum eadem velocitate, quam prius habebat, retroire coget. Si vero corpus ADBC non ſit fixum, ſed in tali ſtatu ut motus ejus a nullo alio corpore impediatur, vis elaſtica in utroque corpore aequaliter aget, & aequales motuum mutationes producet; nam ſi corpus ADB urget corpus F verſus partem E, illud rurſus a corpore F aequaliter urgebitur ad partem contrariam; & proinde corpora a ſe mutuo reſilient. Atque ſic demonſtravimus qua ratione effectum ſit, ut corpora poſt impulſum non junctim vel quieſcant vel moveantur, ſed a ſe invicem reſiliendo diverſa velocitate contrarias aliquando ineant vias, aliquando eandem.

Car-

Carteſiani, qui Elaſticitatis vim ad corpora reflectendum neſciebant, aliam plane diverſam tradiderunt reflectionis cauſam : dixerunt enim motum motui non contrarium eſſe, ſed directionem directioni ; ideoque corpus unum in aliud incurrens reflecti, quia incurrentis motus non poteſt deſtrui, cum ſcil. ſecundum ipſos nihil motui contrarietur ; at cum directio unius alterius directioni obſtet, incurrens poſt impulſum ad contrarias partes reflecti voluerunt, eadem ſemper manente quantitate motus in percuſſo & percutiente.

Sed facile eſt oſtendere hanc ſententiam nec rationi, nec experientiae congruam eſſe : nam cum momentum ſeu quantitas motus ſit vis ſeu energia illa, qua mobile ſecundum directionem ſuam tendit, ſi corpora duo ſibi mutuo directe occurrant, vires ſecundum contrarias plagas impreſſae contrariae erunt ; ideoque ſi aequales ſint, ſeſe mutuo deſtruent ; ſi inaequales, motus qui eſt minoris efficaciae deſtruetur. Praeterea corpus unum in aliud majus quieſcens vel ſecundum eaſdem partes ſegnius motum, impingens reflectitur ; atqui hoc fieri non poteſt ob ſolam directionem directioni contrariam : ſi enim impingat corpus B (Tab. 5. fig. 5.) in aliud majus A, quod vel quieſcit vel verſus eaſdem partes & tardius movetur ; cum vis omnis, quae in utroque corpore reperitur, tendat verſus C, vis illa nunquam poteſt motum verſus partes contrarias in utrovis corpore dirigere. Nam *(per legem ſecundum)* motus omnis fit ſecundum lineam,

qua

qua vis imprimitur; atqui (ex hypotheſi) omnis vis imprimitur ſecundum lineam BC, a B verſus C: quare ſi ſolummodo per vim corporibus inſitam fieret reflectio motus, abſque nova vi, fieret motus ſecundum contrariam plagam ei qua vis imprimitur; quod fieri non poteſt. Non igitur a vi prius impreſſa oritur illa reflectio, ſed a vi elaſtica, qua pollet utrumvis corpus, quaeque ſecundum partem utramvis aequaliter agens corpora a ſeſe diſcedere cogit.

Praeterea, ſi motus motui non eſſet contrarius, multo facilius eſſet corpus ſemel motum in contrarias partes dirigere, quam penitus illud ſiſtere; in priore enim caſu motus corporis in manu reflectentis non recipitur, ſed tantum in contrarias partes vertitur; in poſteriore vero caſu, motus ille omnis in corpus reſiſtens impenditur; quod tamen eſt contra manifeſtam experientiam. Denique, ſi nihil motui contrarium eſſet, ubicunque corpus quodvis in aliud aliquod obſtaculum incurreret, fieret ſemper reflectio, quod tamen experientiae repugnat; nam plumbum, lutum, cera & alia corpora elaſticitatis fere expertia, ſi in pavimentum cadunt, non reflectuntur; cum tamen pilae conflatae ex lana vel plumis, globuli eburnei, marmorei, vitrei, & alia ejuſmodi corpora magna elaſticitatis vi pollentia, in idem pavimentum demiſſa fortiter reſiliunt; reflectio igitur illa non a motu qui utrique corpori communis eſt, ſed ab elaſticitate, quae ſolis reflectentibus peculiaris eſt, provenit. Quod erat oſtendendum.

Sed

Sed quaerent fortaſſe Carteſiani, quo pacto innoteſcat globos eburneos, vitreos, marmoreos, & alia reflectentia corpora, quae duriſſima eſſe videantur, elaſticitate pollere; reſpondeo illorum elaſticitatem poſſe exinde concludi, quod cum percutiuntur tinnitum edunt, qui a vibrationibus corporis percuſſi oritur, eodem modo quo filum tenſum ſuis vibrationibus undulationem aëris efficit; & proinde minime dubium eſt, quin corpora illa elatere aliquo praedita ſint. Atque hoc quidem argumentum ipſorum vim elaſticam probabilem reddit; ſed aliud eſt argumentum, quo res haec demonſtrative probatur.

Sint enim duo globi vel eburnei vel vitrei, & ſi globorum figurae eſſent perfecte ſphaericae, in uno tantum & indiviſibili puncto ſeſe tangerent: ſed hoc nulla arte humana fieri poteſt: tam prope tamen ad figuras ſphaericas poſſunt perduci, ut ſeſe in puncto phyſico, hoc eſt, in parte viſibili minima tangant. Si jam unius globi ſuperficies atramento (aut quovis colore, qui facile detergi poteſt) inficiatur, & alter in ipſum quieſcentem impingat, experimento conſtat, non punctum tantum phyſicum globi incurrentis poſt impulſum alterius colore tingi, ſed partem ejus ſuperficiei ſatis magnam; atque hoc fieri non poteſt niſi ipſorum ſuperficies per ictus vim mutatae fuerint; poſt reflectionem autem utrumque globum priſtinam figuram recuperare deprehendimus; quare globi hi habent vim elaſticam, qua ſeſe in priſtinam figuram per ictum deformatam reſtituere valent. *Q. E. D.*

Se-

Sequuntur jam regulae motus pro corporibus elaſticis.

Theor. XXIX.

Si duo corpora perfecte elaſtica in ſe invicem impingant, eadem manebit ipſorum velocitas relativa ante & poſt impactum; hoc eſt, corpora perfecte elaſtica eadem celeritate a ſeſe mutuo poſt ictum recedent, qua prius ad ſe invicem accedebant.

Nam (per cor. Theor. 27.) vis compreſſiva ſeu ictus magnitudo in datis corporibus oritur a velocitate corporum relativa, & ipſi eſt proportionalis; & (per Def. 11.) corpora perfecte elaſtica eadem vi ſeſe in priſtinam figuram reſtituunt, qua compreſſa fuere; hoc eſt, vis reſtitutiva aequalis eſt vi compreſſivae, ac proinde vi qua corpora ad ſeſe accedebant ante impactum aequipollet; ſed per vim hanc reſtitutivam coguntur corpora a ſe invicem diſcedere, unde vis haec in eadem corpora agens producet velocitatem relativam aequalem ei quam prius habebant, ſeu faciet ut corpora eadem velocitate a ſe invicem recedant, qua prius acceſſere. *Q. E. D.*

Cor. Aequalibus igitur temporibus ante & poſt impulſum ſumtis, aequales erunt corporum a ſe invicem diſtantiae, & proinde aequales quoque erunt in iiſdem temporibus diſtantiae corporum a communi gravitatis centro.

Ex

Ex hoc corollario regulae congreſſuum in corporibus perfecte elaſticis facile eruuntur, quod igitur in ſequenti problemate praeſtandum eſt.

PROBL. III.

In corporibus perfecte elaſticis, & directe impingentibus regulas congreſſuum determinare.

Omnes hujus problematis caſus eadem opera conſtructos dabimus. (Tab. 5. fig. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.) Sint A & B duo corpora perfecte elaſtica, quorum commune gravitatis centrum ſit C, et ponantur corpora concurrere in D, ac fiat C E aequalis C D; dico poſt concurſum rectam E A exponere velocitatem corporis A ab E verſus A, & rectam E B exponere velocitatem mobilis B ab E verſus B.

Dem. Cum (per Theor. 23.) commune corporum gravitatis centrum ante & poſt impulſum eadem ſemper velocitate uniformiter progrediatur, in tempore aequali ei quo percurritur a corpore A longitudo A D, vel a centro gravitatis C longitudo C D, poſt impulſum ab eodem C percurretur longitudo D K, ipſi D C aequalis; fiat K *a* aequalis C A: cum vero (per Cor. praecedentis Theor.) aequalibus temporibus ante & poſt impactum ſumtis, aequales ſemper ſint corporum a communi gravitatis centro diſtantiae; eodem temporis puncto, quo commune gravitatis centrum eſt in K, corpus A reperietur in *a*, ideoque poſt impulſum erit ipſius motus a D verſus

a, & ejus velocitas erit ut recta D*a*, quae ab ipſo in eo tempore percurritur; ſed ob CE aequalem rectae CD (vel KD,) & CA aequalem K*a*, erit rectarum CE, CA differentia aequalis differentiae rectarum KD, K*a*, hoc eſt, erit EA aequalis D*a*; ſed recta D*a* denotat corporis A velocitatem poſt impulſum, quare ejus velocitas per rectam EA quoque denotabitur: praeterea cum velocitas corporum relativa ante & poſt impulſum eadem maneat, & recta EA denotet velocitatem mobilis A, velocitas mobilis B poſt impulſum neceſſario per rectam EB denotabitur, ab E ſcil. verſus B. *Q. E. D.*

Cor. 1. Si corpus B quieſcat, coincidet punctum D cum B, ut (Tab. 5. fig. 6. 7. 8.): & quia eſt B ad A, ut AC ad CB, erit (componendo) B+A ad A, ut AB ad CB; unde (duplicando conſequentes) erit B+A ad 2 A, ut AB ad 2 CB vel EB; hoc eſt, ut corporum aggregatum ad duplum corporis impingentis, ita celeritas impingentis ante contactum ad celeritatem prius quieſcentis poſt contactum.

Cor. 2. Ideoque ſi A & B aequalia ſint, erit A+B=2 A; unde EB celeritas corporis B poſt contactum erit aequalis AB celeritati corporis A ante contactum; & proinde coincidente puncto E cum puncto A, erit AE velocitas mobilis A poſt impulſum nihilo aequalis; quod etiam facile ſic oſtenditur: Ob corpora A & B aequalia, erit AC =CB=CD=CE, quare coincidit punctum E cum A, & proinde mobile A poſt impulſum quieſcet, & corpus B poſt impulſum movebitur cum cele-

celeritate E B vel A B. Si igitur corpus elaſticum in alterum quieſcens & aequale impegerit, poſt contactum quieſcet impingens, & quieſcens cum prioris celeritate movebitur.

Cor. 3. Si corpora A & B (Tab. 5. fig. 9.) aequalia verſus eandem partem ferantur, poſt contactum ad eandem quoque partem ferentur, celeritatibus permutatis: nam ob C E = C D & A C = C B, erit C E — A C, hoc eſt, E A = C D — C B ſeu B D; ideoque velocitas corporis A poſt impactum aequalis erit velocitati mobilis B ante impactum; praeterea quia E A = B D erit E B = A D, & proinde velocitas corporis B poſt contactum prioris A velocitati ante occurſum aequalis erit.

Cor. 4. Si corpora A & B aequalia ad contrarias partes ferantur (ut in Tab. 5. fig. 13.) poſt impulſum ad contrarias partes recedent, celeritatibus permutatis. Nam ob A C = C B, & C E = C D erit A C — C E, hoc eſt, A E = C B — C D ſeu B D; ideoque velocitas corporis A poſt impactum aequalis erit velocitati corporis B ante impactum: praeterea ob E A = B D erit A D = E B; ſed A D erat velocitas corporis A ante occurſum, & E B eſt velocitas corporis B poſt occurſum, unde liquet Corollarium.

Quoniam in praxi calculus ſemper eſt adhibendus, convenit ut modus tradatur, quo celeritates corporum elaſticorum poſt impulſum ſunt inveſtigandae, & ad numeros reducendae; & quidem facile eſſet, ad modum ſuperiorum corollariorum, omnes particulares caſus ex generali

expoſita conſtructione ad numeros revocare; facillime autem generalis calculus ſic eruitur.

Ponamus primo corpora A & B (Tab. 5. fig. 17.) verſus eandem partem moveri; ſitque C velocitas inſequentis A, praecedentis vero B velocitas ſit c; unde velocitas corporum relativa erit $C-c$, & ſumma motuum verſus eandem partem $AC+Bc$; velocitas corporis A poſt impactum verſus eandem, qua prius, plagam vocetur x; & quia eadem manet corporum velocitas relativa ante & poſt impactum, velocitas corporis B erit $x+C-c$, eſt enim velocitas corporum relativa aequalis exceſſui velocitatis qua velocitas corporis celerioris ſuperat velocitatem tardioris, ideoque exceſſus ille debet eſſe $C-c$; cum vero velocitas corporis A ſit x, erit ejus motus verſus plagam $D=Ax$; & cum velocitas corporis B ſit $x+C-c$, erit ejus motus verſus eandem partem $Bx+BC-Bc$; & horum motuum ſumma *poſt impactum* aequalis erit ſummae priorum motuum, hoc eſt, erit $Ax+Bx+BC-Bc=AC+Bc$; unde reducendo hanc aequationem, erit $Ax+Bx=AC-BC+2Bc$; & (dividendo utraſque per $A+B$) erit $x=\frac{AC-BC+2Bc}{A+B}$ = velocitati corporis A *poſt impactum*. Porro velocitas corporis B *poſt impactum* eſt $=x+C-c=\frac{AC-BC+2Bc}{A+B}+C-c=$

$$\frac{AC-BC+2Bc+AC+BC-Ac-Bc}{A+B}$$

$$=\frac{2AC-Ac+Bc}{A+B}.$$

Si

Si B C ſit major quam A C + 2 B c, erit x ſeu $\frac{AC - BC + 2Bc}{A + B}$ quantitas negativa; ideoque velocitas corporis A erit verſus contrariam partem, & ejus motus verſus D erit negativus (*i. e.* ab ea.) Si corpus B quieſcat, hoc eſt, ſi ſit $c = 0$, erit velocitas corporis A *poſt impulſum* $= \frac{AC - BC}{A + B}$ prorſum aut retrorſum, prout ſignum + aut — praevaluerit.

Si corpora A & B celeritatibus C & c, verſus contrarias partes lata, ſibi mutuo directe impingant, erit ipſorum motus verſus eandem partem A C — B c; & velocitas corporum relativa erit C + c. Sit jam x velocitas corporis A *poſt impactum*; erit ejus motus verſus eandem qua prius plagam A x; & velocitas corporis B *poſt impactum* erit $x + C + c$, (nam velocitas corporum relativa per ictum non mutatur) & motus in corpore B verſus D erit B x + B C + B c; unde ſumma motuum verſus eandem partem erit A x + B x + B C + B c *poſt impactum*, quae (per Theor. 19.) aequalis erit A C — B c ſc. ſummae motuum *ante impactum*; ideoque erit $Ax + Bx = AC - BC - 2Bc$; & $x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A + B}$ = velocitati corporis A *poſt impactum*; & velocitas corporis B *poſt impactum* erit $x + C + c = \frac{AC - BC - 2Bc}{A + B} + C + c$

$$= \frac{AC - BC - 2Bc + AC + Ac + BC + Bc}{A + B}$$

$$= \frac{2AC + Ac - Bc}{A + B}.$$

Si $BC + 2Bc$ ſit major quam AC, erit motus corporis A retrorſum, verſus contrariam ſcil. partem; in quo caſu erit x ſeu $\frac{AC - BC - 2Bc}{A + B}$ quantitas negativa.

Corporum durorum leges primus quod ſciam recte tradidit *Joannes Walliſius* hujus Academiae in Cathedra Geometriae Saviliana celeberrimus Profeſſor, in Actis Philoſophicis numero 43. ubi etiam primus veram cauſam reflectionum in aliis corporibus aperuit, & has ab elaſticitate proficiſci docuit. Poſtea, non longo temporis intervallo, clariſſimi viri Dominus *Chriſtophorus Wren* tunc temporis in hac Academia Aſtronomiae Profeſſor Savilianus, & Dominus *Chriſtianus Huygens* leges, quas obſervant corpora perfecte elaſtica, Societati Regiae Anglicanae ſeorſim impertivere, & eandem prorſus conſtructionem dederunt, quamvis uterque quid ab altero factum de hac re fuerit, inſcius erat. Cum autem ipſi conſtructiones & leges motus abſque demonſtratione in Philoſophicis Actis conſignarunt; placuit hanc ipſorum elegantem admodum conſtructionem exinde depromere & demonſtrare.

Non diſſimili methodo conſtruitur problema in corporibus quidem elaſticis, ſed quae non ſe reſti-

reſtituunt vi aequali ei qua comprimuntur. Sint enim duo quaecunque corpora A & B (Tab. 5. fig. 18. 19.) quorum commune gravitatis centrum ſit C; ſecentur AC, BC ita in *a* & *b*, ut AC ſit ad *a* C & BC ad *b* C, ut vis elaterem comprimens ad vim qua elater ſe reſtituit: fiatque CE aequalis CD, erit E*a* velocitas corporis A poſt impulſum ab E verſus *a*, & E*b* erit velocitas corporis B ab E verſus D.

Quod ſi vis reſtitutiva aequalis ſit vi compreſſivae, coincidet punctum *a* cum A, & conſtructio redit ad priorem. Demonſtratio facilis eſt praecedentem intelligenti, nec opus eſt ut apponatur.

THEOR. XXX.

Si mobile A (Tab. 5. fig. 20.) *in recta AB uniformiter moveatur; & interea recta linea illa AB, ſibi ſemper parallela, motu etiam aequabili deferatur ſecundum directionem ad AC parallelam, ſitque velocitas mobilis A ad velocitatem lineae AB, ut AB ad AC; & compleatur parallelogrammum ABDC, cujus diagonalis ſit AD; erit haec vera linea a mobili A motu ſuo deſcripta.*

Cum linea AB ad ſitum *ab* pervenerit, ſit *g* locus mobilis A, & quia (per Theor. 6.) ſpatia ſimul deſcripta ſint ut velocitates, erit *ag* longitudo a mobili A percurſa ad A*a* longitudinem a linea AB percurſam, ut velocitas mobilis A ad ve-

velocitatem rectae A B, hoc eſt, (ex hyp.) ut A B ad A C; unde parallelogrammum *a* G ſimile erit parallelogrammo C B, & proinde (per 24. El. 6.) punctum *g* in diagonali A D locabitur; hoc eſt, corpus A ſemper in recta A D reperietur, ideoque haec linea ab illo percurretur. *Q. E. D.*

Cor. 1. Eodem tempore deſcribitur a mobili A linea A D, quo abſque motu ſecundum A C, lineam A B percurreret; aut quo, abſque motu ſecundum A B, deſcriberet rectam A C.

Cor. 2. Cum mobile ideo in recta A D deferatur, quod praeter motum proprium participat quoque de motu loci ſui ſeu rectae AB, & motus ejus ex utroque compoſitus ſit; ſi mobile aliquod duos motus ſecundum directiones A B, A C ſimul impreſſos habeat, ſintque motus illi, vel vires a quibus producuntur, ut rectae A B, A C, erit A D linea a mobili deſcripta, quod a duabus hiſce viribus motus impreſſos recepit; & ejus vis, qua in recta A D fertur, erit ad priores ſecundum A B, A C, ut diagonalis AD ad latera parallelogrammi AB, AC.

Cor. 3. Hinc e converſo, ſi mobile cum vi ut A D percurrat rectam A D, idem erit motus, & ſecundum eandem directionem, ac ſi initio motus ſimul impelleretur a duabus viribus, rectis AB, AC proportionalibus, ſecundum directiones ab A ad B, & ab A ad C: atque hinc motus quivis, etſi in ſe ſimplex, tanquam ex pluribus motibus compoſitus conſiderari poteſt; & vires quaelibet in alias plures ſecundum diverſas directiones agentes reſolvi poſſunt.

THE-

THEOR. XXXI.

Si corpus A (Tab. 5. fig. 21.) *in firmum obicem DC oblique impingat, erit energia percuſſionis, ſeu magnitudo ictus obliqui, ad magnitudinem ictus quem produceret idem corpus eadem celeritate perpendiculariter impingens, ut ſinus anguli incidentiae ACD ad radium.*

Ab A in obicem demittatur perpendicularis AD, ſi ſuperficies obicis ſit plana; vel ſi curva, demittatur perpendicularis in planum tangens obicem in puncto incidentiae C, & compleatur rectangulum DB. Jam (per Corol. 3. praecedentis) motus corporis A ut AC in recta AC aequipollet duobus motibus ſimul impreſſis ſecundum directiones AB, AD, qui ſunt ad motum in AC ut rectae AB, AD ad AC; ſed motui in recta AB nullo modo reſiſtit obex DC; cum enim AB ſit ad DC parallela, corpus in recta AB motum in obicem DC nunquam impinget; vis igitur, qua impingit in obicem, eſt ut recta AD; eſt itaque vis corporis A in recta AC ad vim qua impingit in obicem, ut AC ad AD: ſed ſi perpendiculariter cum vi ut AC impegiſſet in eundem, ictus magnitudo per AC repraeſentaretur, motus enim totus per obicem deſtrueretur; quare erit magnitudo ictus obliqui ad magnitudinem ictus perpendicularis ut AD ad AC; hoc eſt, poſito AC radio, ut ſinus anguli incidentiae ad radium.

THE-

THEOR. XXXII.

Si corpus perfecte elaſticum in firmum obicem oblique impingat, ab illo ita reflectetur, ut angulo incidentiae aequalis ſit angulus reflectionis.

Incidat corpus A (Tab. 5. fig. 22.) perfecte elaſticum in firmum obicem oblique ſecundum lineam AB; dico corpus illud cum eadem celeritate ita in recta BC reflecti, ut angulo incidentiae ABD aequalis ſit angulus reflectionis CBF. Recta AB exponat motum corporis A in directione AB; (per Corol. 3. Theor 30.) reſolvitur hic motus in alios duos ſecundum directiones AE, AD, ad quos motus in AB eſt ut AB ad AE, AD; ſed cum AE ſit ad ſuperficiem obicis parallela, & AD ad ipſam (vel ſaltem ad planum obicem in C tangens) perpendicularis; vis illa, qua impingit in obicem, eſt ea ſolummodo quae eſt ut AD ſecundum directionem ad obicem perpendicularem agens: fiat jam BE aequalis & parallela ipſi AD, & BF aequalis DB vel AE, & compleatur rectangulum EF, quod erit per omnia ſimile & aequale rectangulo DE. Cum igitur motus ut AE ſecundum directionem ad obicem parallelam per ictum non deſtruatur, quippe huic motui obex non eſt contrarius, poſt impulſum ad B permanet in corpore vis ut AE vel BF movendi ſecundum directionem BF; ſed ex natura elaſticitatis, corpus cum vi ut EB (= AD) ſecundum directionem EB in obicem impingens, eadem vi ſecundum eadem directionem reflectitur; motus

motus igitur corporis ad punctum incidentiae B componitur ex motu ut BF ſecundum directionem BF, & motu ut BE ſecundum directionem BE; quare (per Corol. 2. Theor. 30.) corpus in recta BC cum vi ut BC movebitur; ſed ob AD, CF aequales & parallelas, item ob DB, BF, & angulos ad D & B aequales, erit angulus CBF aequalis angulo ABD, hoc eſt, angulo incidentiae aequalis erit angulus reflectionis. *Q. E. D.*

PROBL. IV.

Corporum oblique impingentium poſt occurſum determinare motus.

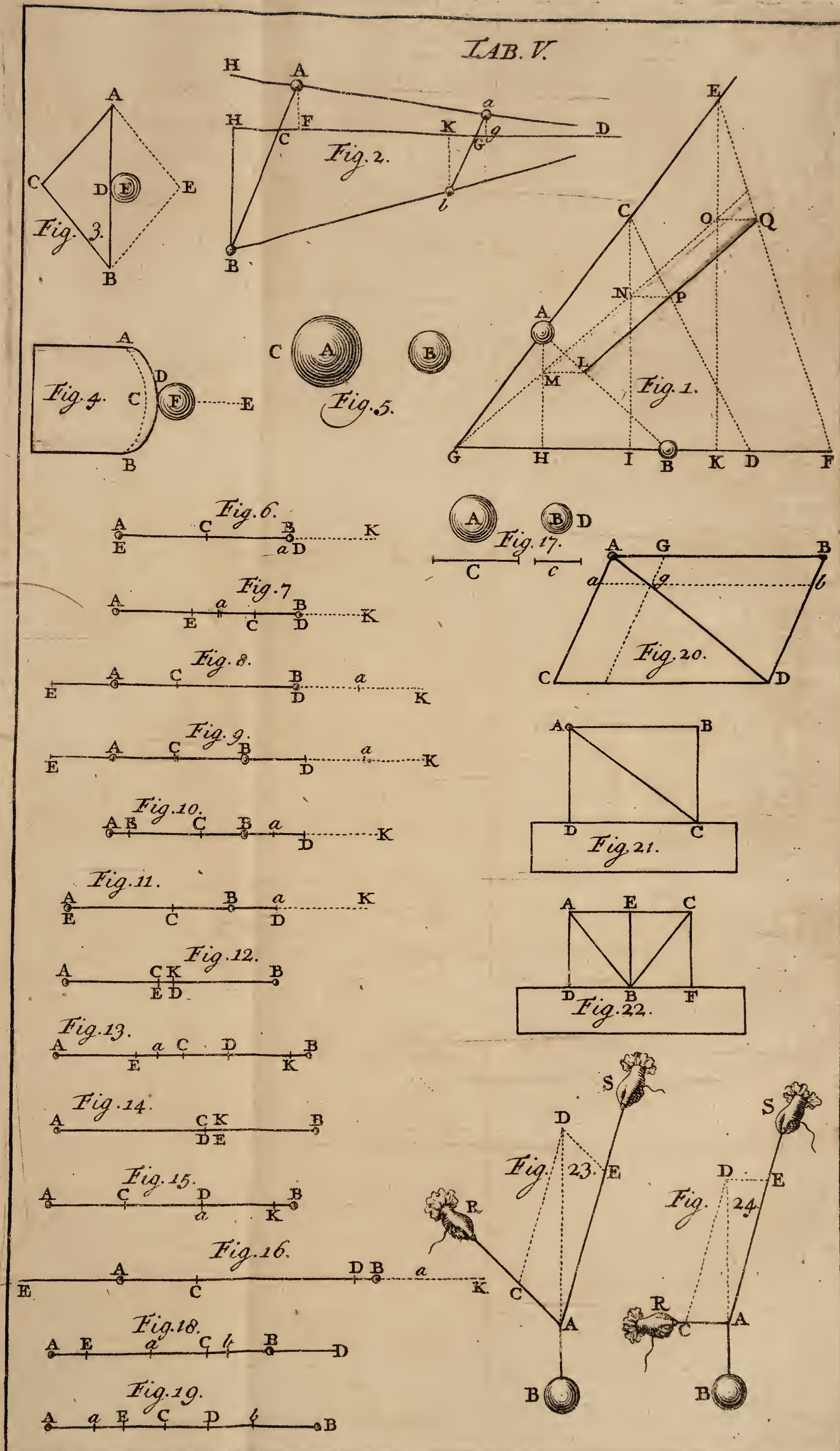
Moveantur corpora quaecunque A & B (Tab. 6. fig. 1) in lineis ad ſe invicem inclinatis AC, BC, quarum longitudines reſpective exponant velocitates corporum A, B; recta EFC repraeſentet planum, a quo tanguntur corpora in puncto concurſus; in quod ab A & B demittantur perpendiculares AE, BF, quae exponant velocitates quibus corpora ad ſe invicem accedunt. Compleantur rectangula EG, FH. (per Cor. 3. Theor. 30.) motus corporis A reſolvitur in duos alios ſecundum directiones AG, AE, ad quos motus in AC eſt ut AC ad AG, AE reſpective; ſimiliter motus corporis B reſolvitur in duos alios ſecundum directiones BF, BH; ad quos motus in BC eſt ut BC ad BF, BH reſpective; cum vero AG, BH ſint parallelae, velocitatibus quibus ſecundum has directiones moveantur, corpora

pora in ſe invicem non impingent; ideoque motus ſecundum haſce directiones per impactum non mutabitur; velocitates igitur quibus corpora in ſe mutuo incurrunt, ſunt ut AE vel GC, & BF vel HC. Corporum igitur A, B cum velocitatibus GC, HC in ſe mutuo directe incurrentium (per Probl. 2. ſi corpora dura ſunt, vel per Probl. 3. ſi elaſtica) determinentur motus; ſitque CL velocitas corporis A a C verſus L poſt impactum ortum ex velocitatibus GC, HC. Cumque, ut oſtenſum eſt, maneat in corpore vis movendi ſecundum directionem ad AG parallelam cum velocitate ut AG, fiat CM aequalis AG, & compleatur rectangulum LM; in hujus diagonali CN movebitur corpus A poſt impactum cum velocitate ut CN, ut patet (per Corol. 2. Theor. 30.) & ſimiliter determinabitur motus corporis B poſt impulſum. *Q. E. F.*

Theor. XXXIII.

Si mobile A (Tab. 6. fig. 2.) *a tribus potentiis ope trium filorum trahatur, vel alio quocunque modo urgeatur ſecundum directiones AB, AE, AC, ita ut hae tres potentiae ſibi mutuo aequipolleant, hoc eſt, binae quaevis effectum tertiae deſtruant, & corpus per nullam ipſarum moveatur; potentiae illae inter ſe eandem rationem habebunt cum rectis tribus ad ipſarum directiones parallelis & a mutuo concurſu terminatis.*

Exponat AD potentiam ſeu vim qua mobile A urgetur ab A verſus B; vis huic aequipollens ſeu


TAB. V.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.

ſeu aequalis & corpus contrarie ab A verſus D urgens etiam per AD exponetur; ſed (per Cor. 3. Theor. 30.) vis ab A verſus D corpus impellens aequipollet duabus ſecundum directiones AC, AE agentibus, ad quas vis prima ab A verſus D agens, eſt ut AD ad AC, AE, vel ad AC, CD reſpective; & viciſſim vires ſecundum rectas AC, AE agentes, & vi corpus ab A verſus D urgenti ſimul aequipollentes, debent eſſe ad vim eandem ſecundum AD ut AC & AE (vel CD) ad AD; quare etiam vires ſecundum rectas AC, AE agentes & aequipollentes vi, qua corpus ab A verſus B urgetur, ejuſque effectum deſtruentes debent eſſe ad eandem, ut AC, CD ad AD; hoc eſt, ſi idem mobile a tribus potentiis ſibi mutuo aequipollentibus ſecundum directiones A B, AC, AE urgeatur, erunt hae tres potentiae ut rectae AD, AC, CD reſpective. *Q. E. D.*

Cor. 1. Cum in triangulo quovis latera ſint ut ſinus angulorum oppoſitorum, erit AC ad CD ut ſinus anguli ADC (vel DAE) ad ſinum anguli DAC; unde quaevis duae potentiae erunt inter ſe reciproce ut ſinus angulorum, quos lineae directionum cum linea directionis tertiae potentiae continent. Eſt praeterea AD ad AC ut ſinus anguli C (vel AED) ad ſinum anguli CDA (vel DAE;) & ſimiliter potentia ſecundum AB agens eſt ad potentiam ſecundum AE, ut ſinus anguli AED ad ſinum anguli ADE vel (CAD.)

Cor. 2. Si pondus B (Tab. 6. fig. 11. 12.) duae potentiae R, S filorum ope ſecundum rectas AR, AS trahentes ſuſtineant, punctum A a tribus potentiis urgetur, quarum duae ſecundum

directiones

directiones AR, AS agunt, & tertia eſt vis gravitatis ponderis B, agens ſecundum rectam AB ad terram perpendicularem; unde erit potentia R ad vim gravitatis ut AC ad AD, vel ut ſinus anguli DAE ad ſinum anguli DEA (vel CAE;) & potentia S erit ad vim gravitatis ut EA ad AD, vel ſinus anguli CAD ad ſinum anguli DEA (vel CAE;) & potentia R erit ad S potentiam ut ſinus anguli EAD ad ſinum anguli CAD.

Theorema hoc cum ſuis corollariis, eſt fundamentum totius Mechanicae novae, quam Dominus *Varignion* edidit; & ab ipſo etiam immediate conſequuntur pleraque theoremata mechanica, quae in eximio opere *Jo. Alphonſi Borelli* de Motu Animali continentur, & per hoc vires muſculorum aeſtimari poſſunt.

Theor. XXXIV.

Si Grave B (Tab. 6. fig. 3.) *plano inclinato incumbat, & a potentia R ſecundum directionem plano parallelam agens ſuſtineatur, ne in plano illo deſcendat; potentia R erit ad pondus corporis B ut ſinus anguli inclinationis ad radium.*

Per punctum ubi Grave plano incumbit, ducatur ad CK (communem ſectionem plani & horizontis) perpendicularis AC, a cujus puncto quovis A demittatur in planum horizontis perpendicularis AD, & jungatur CD; erit (per def. 6. El. 11.) ACD angulus inclinationis plani & horizontis, cujus ſinus eſt AD, poſito CA radio.

radio. Dico jam AC eſſe ad AD ut pondus corporis B ad potentiam R. Corpus enim B a tribus potentiis ſecundum diverſas directiones agentibus, & ſibi mutuo in aequilibrio poſitis urgetur, quarum prima eſt vis gravitatis ſecundum directionem BE ad CD perpendicularem agens; ſecunda eſt potentia R corpus trahens ſecundum directionem BR ad AC parallelam; tertiae autem potentiae ſupplet vicem reſiſtentia ſeu contranitentia plani ſecundum lineam BH ſibi perpendicularem agens; nam reactio actioni ſemper eſt aequalis, & fit in plagam contrariam: cumque planum perpendiculariter a mobili prematur ſecundum directionem BF, planum aequaliter reaget in corpus ſecundum directionem BH, & contranitentia illa aequipollet potentiae ſecundum BH mobile urgenti; cumque hae tres potentiae ſint ſibi mutuo in aequilibro, & mobile ab ipſis ſuſtineatur, ſi ducatur FG ad EB parallela, rectae AC occurrens in G, erit potentia R ad vim gravitatis ut BG ad FG (per praecedens Theor.) ſed ob triangulum CFG rectangulum, & demiſſam in baſin CG perpendicularem FB, eſt (per 8. El. 6.) ut BG ad FG, ita FG ad GC, & ut FG ad GC, ita (per 4. El. 6.) erit AD ad AC; quare eſt potentia R ad vim gravitatis ut AD ad AC, vel ut ſinus inclinationis plani ad radium. Potentia igitur aliqua poteſt Grave in plano inclinato ſuſtinere, modo potentia illa ſit ad pondus Gravis, ut ſinus inclinationis plani ad radium. *Q. E. D.*

Cor.

Cor. 1. Cum potentia R impediat deſcenſum Gravis in plano A C, & ejus momento, quo in illo deſcendere nititur, aequipolleat; ſequitur Gravis cujuſque vim deſcendendi in plano inclinato eſſe ad vim qua deſcendere conatur in perpendiculo, ut ſinus inclinationis plani ad radium.

Cor. 2. Hinc etiam plani inclinatio talis aſſignari poteſt, ut ſuper illud, quantulacunque potentia pondus quodcunque magnum ſuſtinere, vel etiam elevare poſſit.

LECTIO XV.

De Deſcenſu Gravium in Planis Inclinatis & Pendulorum Motu.

PERACTIS iis, quae ad motum generaliter ſpectant, ad eos jam devenimus, qui ex datis viribus oriuntur motus; in quibus exponendis, & phaenomenis inde ortis recenſendis, praecipue verſatur vera Phyſica. Ut igitur a ſimpliciſſimis ordiamur, imprimis conſideranda venit vis illa, quae uniformiter, hoc eſt, ubique eodem tenore, verſus eandem ſemper plagam dirigitur, qualis vulgo ſupponitur eſſe vis Gravitatis: quamvis enim certum ſit Gravitatem non ubique eandem eſſe, ſed in diverſis a centro Terrae diſtantiis, quadratis diſtantiarum, reci-

proce

proce eſſe proportionalem; cum tamen diverſae altitudines ad quas gravia a nobis projecta perveniunt, exiguae admodum ſint prae ingenti illa a telluris centro diſtantia, in tantilla hac altitudinum differentia, eandem ubique eſſe Gravitatis vim, tuto & abſque minimo ſenſibili errore ſupponi poteſt.

De motu itaque Gravium in hoc loco agendum eſt; motum autem illum peragi ſupponimus, vel in planis ad Horizontem inclinatis, vel in ſuperficiebus curvis, quales ſunt ſphaericae & cycloidicae; vel in ſpatiis denique liberis & non reſiſtentibus, de quibus ſequentia dabimus Theoremata.

THEOR. XXXV.

Deſcenſus Corporis Gravis, ſuper plano quovis inclinato, eſt motus aequabiliter acceleratus. — Eſtque velocitas quam Grave ſuper plano inclinato, in dato quovis tempore, e quiete decidens, acquirit, ad Velocitatem a Gravi perpendiculariter cadente, eodem tempore acquiſitam, ut altitudo plani ad ejus longitudinem.

1mo. Sit planum inclinatum AB (Tab. 6. fig. 4.) ſuper quod deſcendat Grave D. Per Corol. primum Theor. 34. eſt vis, qua deſcendere conatur Grave ſuper planum quodvis inclinatum, ad vim abſolutam Gravitatis, qua ſc. in perpendiculo deſcenderet, in conſtanti ratione, quae eſt ſinus inclinationis plani ad radium, ſeu ut al-

altitudo plani ad ejuſdem longitudinem; ideoque cum eadem maneat vis abſoluta Gravitatis corporis D, eadem quoque manebit vis, qua ſuper plano A B deſcendere conatur. Vis igitur illa eodem ſemper tenore in Grave D aget; ideoque ſimiliter applicata, *per legem ſecundam* aequalia ſemper velocitatum incrementa ſuperaddet; haud ſecus ac fit in Gravibus in perpendiculo cadentibus. Eſt igitur deſcenſus Gravium in plano inclinato motus aequabiliter acceleratus. *Q. E. D.*

2do. Porro, Incrementa Velocitatum Gravium in perpendiculo, & in plano inclinato cadentium, quae eodem tempore indefinite exiguo producuntur, ſunt ad ſe invicem ut vires quibus producuntur: at vires ſunt in conſtanti ratione, ſcil. ut longitudo plani A B ad ipſius altitudinem AC; quare Incrementa velocitatum inde orta erunt in eadem ratione. Ac proinde (per 12. El. 5.) ſumma Incrementorum unius, erit ad ſummam Incrementorum alterius, in eadem ratione; hoc eſt, velocitas corporis Gravis in perpendiculo cadentis, eſt ad velocitatem corporis ſuper planum inclinatum interea deſcendentis, ut longitudo plani ad ejus altitudinem. *Q. E. D.*

Corol. 1. Velocitates corporis Gravis in plano inclinato cadentis, ſunt ut tempora quibus acquiruntur.

Corol. 2. Quaecunque igitur in Theor. 17. & ejus Corol. de motu uniformiter accelerato demonſtravimus, vera quoque erunt de deſcenſu Gravium in plano inclinato. Scil. ſpatium a Gravi in plano inclinato cadente dato tempore percurſum

curſum, ab initio motus computatum, dimidium erit iſtius quod in illo tempore a mobili uniformiter percurri poteſt, cum velocitate ultimo acquiſita. Item ſpatia percurſa ab initio motus computata, ſunt in duplicata ratione temporum, vel celeritatum. Et celeritates & tempora ſunt in ſubduplicata ratione ſpatiorum percurſorum.

Corol. 3. Hinc etiam Gravis Aſcenſus per planum quodvis acclive eſt motus uniformiter retardatus, ſicut fit in Aſcenſu corporis in perpendiculo, illumque eadem omnino ſymptomata comitantur.

SCHOLIUM.

Si ad Experientias recurratur, has omnes ratiociniis noſtris conformes eſſe reperiemus; & in planis non admodum declivibus, experimenta inſtituere facile eſt, cum motus haud admodum veloces exacte menſurari poſſint; ſecus ac fit in deſcenſu in perpendiculo, ubi pernicitas motus obſervationibus accuratis locum non relinquit.

Notandum nos ſupponere plana exacte polita, & motum ſuper iis nulla ſcabritie impeditum.

PROBL. V.

Dato plano Inclinato, aſſignare quam ejus partem percurrat Grave, interea dum aliud Grave datum ſpatium in perpendiculo perfecerit.

Sit planum Inclinatum AB (Tab. 6. fig. 5.) ſuper quod deſcendat Grave ex A; aſſignanda eſt longitudo, quae a Gravi in plano inclinato cadente percurratur, interea dum aliud Grave ſpa-

tium AC in perpendiculo cadens perfecerit. A puncto C in AB demittatur perpendicularis CD plano occurrens in D; erit AD ſpatium in plano inclinato confectum tempore quo grave cadit in perpendiculo ex A ad C. Si enim non ſit AD, ſit AE ſpatium eodem tempore confectum, quo Grave cadit ex A ad C, quod vel majus vel minus ſit quam AD. Ducatur horizontalis recta CB. Et quoniam (per Theor. 17.) in eo tempore quo Grave cadit ex A ad C vel ex A ad E, percurri poteſt dupla longitudo AC, cum velocitate uniformi, & aequali ei quae acquiritur cadendo in C; ſicut (per Cor. 2. praecedentis) in eodem tempore percurri poteſt longitudo dupla ipſius AE, cum ea velocitate quae acquiritur in E; erit (per Theor. 6.) Velocitas in C ad velocitatem in E acquiſitam, ut dupla AC ad duplam AE, vel ut AC ad AE: ſed cum AC, AE ſimul percurrantur, erit (per Theorema praecedens) velocitas in C ad velocitatem in E ut AB ad AC; quare erit ut AB ad AC, ita AC ad AE: ſed (per 8. El. 6.) ut AB ad AC, ita AC ad AD; quare erit ut AC ad AE, ita AC ad AD: ac proinde erit AE aequalis AD, minor majori, quod fieri non poteſt. Non igitur aliud ſpatium quam AD a Gravi ſuper plano AB cadente conficitur, interea dum aliud Grave cadat ex A ad C. Quod erat oſtendendum.

[Aliter. *Per praecedens Theorema,) in dato Tempore Velocitas ſuper planum eſt ad Velocitatem in perpendiculo ut Altitudo Plani AC ad ejus Longitudinem AB, ſive (ob ſimilia Triangula) ut*

ut AD ad AC: ſed dato tempore, ſpatia percurſa ſunt ut celeritates; ergo corpus A deſcendet ſuper planum uſque ad D in eodem tempore quo percurreret perpendiculum AC.]

Corol. 1. Hinc invenitur ſpatium, per quod Grave in perpendiculo cadit interea dum Grave ſuper planum inclinatum percurrit longitudinem quamvis datam AB (Tab. 6. fig. 6.) nempe ſi ex puncto B ad AB erigatur perpendicularis recta BC, perpendiculo occurrens in C, erit AC ſpatium quaeſitum.

Corol. 2. Si duo vel plura ſint plana inclinata AB, AE (Tab. 6. fig. 7.) & detur ſpatium AD, quod a Gravi ſuper planum AB, in aliquo tempore percurritur; invenietur ſpatium, quod a Gravi in altero plano AE interea percurratur; erigendo ex puncto D perpendicularem DG, cum perpendiculo occurrens in G; & ex G in AE demittendo perpendicularem GH plano AE occurrens in H; erit AH ſpatium quaeſitum: utrumque enim ſpatium AD, AH conficitur in eo tempore, quo Grave in perpendiculo deſcendit ex A ad G.

Corol. 3. Ex hujus Theorematis demonſtratione conſtat, velocitates a Gravibus in perpendiculo, & in plano inclinato, eodem tempore acquiſitas, eſſe ut ſpatia ab iiſdem confecta.

THEOR. XXXVI.

Tempus quo percurritur planum inclinatum AB (Tab. 6. fig. 5.) *eſt ad tempus quo percurritur*

perpendiculum AC, ut AB longitudo plani ad longitudinem perpendiculi AC.

Ex C ad AB demittatur perpendicularis CD; & erit tempus quo percurritur AD, aequale tempori quo AC percurritur. Eſt vero tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur AD vel AC, in ſubduplicata ratione AB ad AD (per Corol. 2. Theor. 35.) hoc eſt, ob AB, AC, AD continue proportionales, eſt tempus quo percurritur AB ad tempus quo percurritur AD vel AC ut AB ad AC. Quod erat demonſtrandum.

Corol. Hinc tempora quibus percurruntur diverſa plana, AB, AD, KB (Tab. 6. fig. 8.) quorum eadem eſt altitudo, ſunt ut longitudines planorum: Eſt enim tempus per AB, ad tempus per AC, ut AB ad AC: & tempus per AC ad tempus per AD ut AC ad AD: quare *ex aequo* erit tempus per AB ad tempus per AD, ut AB ad AD.

THEOR. XXXVII.

Celeritates Gravium, ſuper plano quovis inclinato & in perpendiculo, aequales ſunt, ubi Gravia pervenerint ex eadem altitudine ad eandem rectam Horizontalem.

Sit planum inclinatum AB (Tab. 6. fig. 5.) & perpendiculum AC. Ducatur Horizontalis recta BC. Dico celeritatem acquiſitam in puncto B, poſt deſcenſum per AB, aequalem fore celeritati

ritati acquiſitae in puncto C, poſt caſum per AC. A puncto C demittatur ad AB perpendicularis CD. Erit AD ſpatium, quod a Gravi in plano AB cadendo percurritur in eo tempore, quo aliud Grave in perpendiculo deſcendit per AC: & (per Cor. 3. Probl. 5.) celeritas in C eſt ad celeritatem in D ut AC ad AD, vel ut AB ad AC. Quoniam autem celeritates ſuper idem planum cadendo acquiſitae ſunt in ſubduplicata ratione longitudinum, quae a Gravi percurruntur, erit celeritas in B ad celeritatem in D, in ſubduplicata ratione longitudinis AB ad longitudinem AD; hoc eſt, (ob AB, AC, AD continue proportionales) ut AB ad AC: ſed oſtenſum eſt celeritatem in C eſſe ad celeritatem in D, etiam ut AB ad AC; quare cum celeritates in B & C eandem habeant proportionem ad celeritatem in D, inter ſe aequales erunt. Quod erat demonſtrandum.

Corol. Hinc celeritates, quae a Gravibus cadendo ex eadem altitudine, ad eandem Horizontalem rectam, ſuper plana utcunque inclinata acquiruntur, ſunt inter ſe aequales; nam utraque celeritas, ſcil. ea quae acquiritur in puncto B, poſt deſcenſum per AB, vel KB; & ea quae acquiritur in puncto D, poſt deſcenſum per AD, aequalis eſt celeritati acquiſitae in deſcenſu Gravis ex A ad C. *Vide* Tab. 6. fig. 8.

THEOR. XXXVIII.

Si ex eadem altitudine deſcendat mobile continuato motu, per quotlibet ac quaelibet plana contigua

tigua AB, BC, CD (Tab. 6. fig. 9.) *ſemper eandem in fine velocitatem acquiret, quae nimirum aequalis eſt ei, quae cadendo perpendiculariter ex pari altitudine acquiritur.*

Per A & D ducantur Horizontales rectae HE, DF, & producantur plana BC, CD, ut cum HE conveniant in punctis G & E. (Per Corol. Theor. 37.) eadem celeritas acquiritur in puncto B, deſcendendo per AB, ac ſi per BG deſcendiſſet Grave: ſupponimus autem flexum ad punctum B, non impedire motum Gravis cadentis, ſed tantum ipſius directionem mutare; ideoque in puncto C eadem erit celeritas acquiſita deſcendendo per AB, BC, ac ſi per GC deſcendiſſet. Sed deſcendendo per GC, eadem acquiritur celeritas, quam obtineret Grave cadendo per EC: ideoque, cum flexus C velocitatem Gravis non minuere ſupponitur, in D eandem velocitatem habebit, ac ſi deſcendiſſet per planum ED, vel per EF perpendiculum. *Q. E. D.*

Corol. 1. Hinc liquet, per circuli circumferentiam, vel per curvas quaſlibet, deſcendente mobili, (nam curvas tanquam ex infinitis rectis compoſitas hic conſiderare liceat) ſemper eandem ipſi velocitatem acquiri, ac ſi ab eadem altitudine recta in perpendiculo deſcenderit Grave.

Corol. 2. Quod ſi Grave, poſt deſcenſum per AB, BC, CD, vel per HD, ſurſum convertat motum ſuum; aſcendet ad eandem unde venit altitudinem, per quaecunque plana inclinata: nam cum Gravitas eadem ſemper vi in eodem

plano

plano agat, ſive aſcendat corpus, ſive deſcendat, eadem erit ejus efficacia ad corporis velocitatem in aſcenſu minuendam, quae eſt ad ipſam in deſcenſu augendam; tantum igitur eſt decrementum velocitatis in puncto C, dum aſcendat mobile a D ad C, quantum fuit incrementum velocitatis acquiſitum, in deſcenſu a C ad D; ac proinde eadem erit velocitas in C, poſt aſcenſum per CD, quae erat prius in eodem puncto, poſt deſcenſum per AB, BC. Similiter velocitas in B poſt aſcenſum per CB eadem eſt cum velocitate acquiſita in deſcenſu per AB vel BG; ſic etiam Gravitas tantundem detrahet a velocitate mobilis aſcendendo per BA, quantum acquirebatur in deſcenſu per AB; & in punctis aeque altis eadem ſemper erit mobilis velocitas: ſed velocitas in initio deſcenſus, ſcil. in puncto A nulla fuit; ideoque aſcendendo, in puncto illo A omnis tolletur velocitas; quod igitur punctum erit terminus ad quem mobile aſcendendo perveniet.

Cor. 3. Si mobile per ſuperficiem quamvis AB (Tab. 6. fig. 10.) deſcendat ad punctum infimum B, ac deinde, velocitate cadendo acquiſita, per ſuperficiem ſimilem & aequalem BC aſcendat; aequalibus temporibus per aequalia ſpatia aſcendet ac deſcendet.

THEOR. XXXIX.

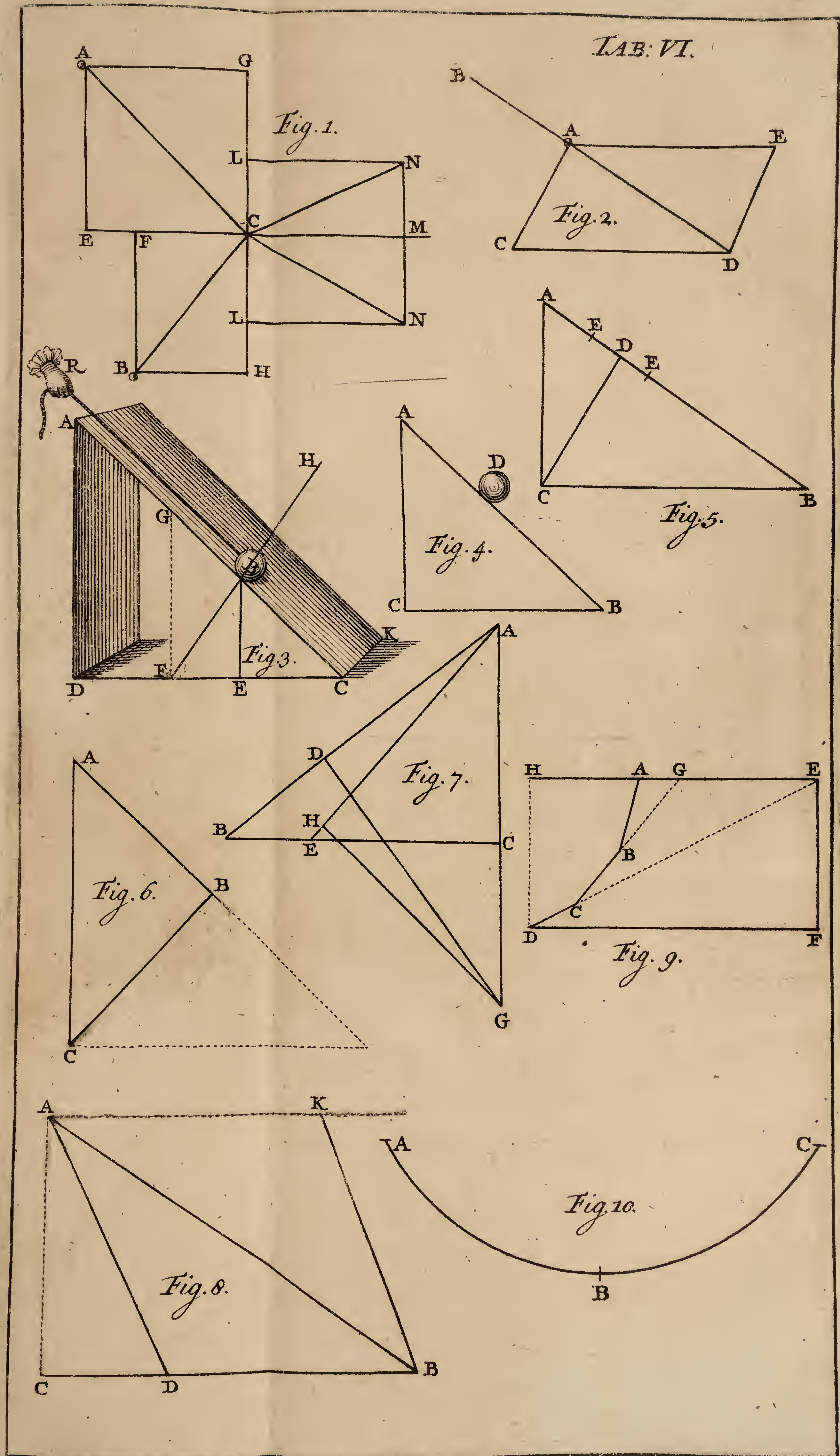
Si a puncto ſupremo A (Tab. 7. fig. 1.) *vel infimo B, circuli ad Horizontem erecti, ducantur quaelibet plana inclinata AC, BC, uſque ad circumferentiam; tempora deſcenſuum per ipſa aequalia*

qualia erunt tempori, quo Gravia perpendiculariter per diametrum cadunt.

Cadat Grave ex A ad C ſuper planum AC, dico tempus deſcenſus per AC aequale eſſe tempori deſcenſus per diametrum AB. Nam angulus ACB in ſemicirculo rectus eſt (per 31. El. 3.) unde cum a puncto C ad AC erecta ſit perpendicularis CB, perpendiculo occurrens in B; erit (per Corol. 1. Probl. 5.) tempus deſcenſus per AC in plano inclinato, aequale tempori caſus per AB in perpendiculo. Dico etiam tempus per CB eidem tempori per AB aequale fore. Ducatur CD ad AB, & DB ad AC parallela; & (per 34. El. 1.) erit CD aequalis AB; & ob angulum ACB in ſemicirculo rectum, erit (per 27. El. 1.) angulus CBD rectus: Quare cum a puncto B, ſuper CB erecta ſit ad angulos rectos BD, cum perpendiculo conveniens in D; erit (per Corol. 2. Probl. 5.) tempus per CB aequale tempori deſcenſus per CD; ſed eſt CD aequalis AB, unde tempus per CB aequale erit tempori per AB.

Idem aliter ſic oſtendi poteſt. Tempus deſcenſus per AB eſt ad tempus per EB, in ſubduplicata ratione AB ad EB, hoc eſt (ob AB, BC, EB continue proportionales) ut AB ad BC, vel BC ad EB; ſed (per Theor. 36.) tempus per BC eſt ad tempus per EB in eadem ratione BC ad EB; quare cum tempora per AB & BC ad tempus per EB eandem obtineant rationem, aequalia erunt. Quod erat demonſtrandum.

Corol. 1. Si ducatur perpendiculum AB (Tab. 7. fig. 2.) & ſuper AB Diametro deſcribatur Cir-


TAB: VI.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

Circulus, omnia plana a puncto B vel a puncto A ad circuli circumferentiam ducta eodem tempore percurrentur; eodem ſcil. tempore percurrentur AB, CB, DB, EB, FB, GB.

Corol. 2. Si in puncto ſupremo A (Tab. 7. fig. 3.) plures circuli ABD, AGK ſe mutuo tangant, & exeant plura plana AB, AC, AD, AE circulos ſecantia; partes GE, HB, LC, KD aequali tempore percurrentur, ſi initium motus fiat a puncto ſupremo.

THEOR. XL.

Si duo Gravia deſcendant ſuper duobus aut pluribus planis, ſimiliter inclinatis & proportionalibus; tempora iis percurrendis impenſa, erunt in ſubduplicata ratione longitudinum planorum.

Percurrat Grave quodvis plana AB, BC (Tab. 7. fig. 4.) alterum autem Grave plana DE, EF, ſimiliter ad Horizontem inclinata & proportionalia, hoc eſt ut ſint anguli BAG, EDH, item BGA, EHD aequales; & AB ad BC ut DE ad EF. Dico tempus quo percurruntur AB, BC, ad tempus quo percurruntur DE, EF, ſubduplicatam habere rationem planorum AB, BC ad plana DE, EF. Ob triangula ABG, DEH aequiangula, eſt AB ad DE, ut BG ad EH; ſed (ex hypotheſi) ut AB ad DE ita eſt BC ad EF, quare ut BG ad EH ita eſt BC ad EF; & ita (per 12. El. 5.) eſt GC ad HF. Sed quia AB, DE ſimiliter inclinata ſunt, eodem prorſus modo percurruntur ac ſi partes eſſent ejuſ-

ejuſdem plani; ſic etiam plana G C, H F eodem modo percurruntur ac ſi partes eſſent ejuſdem plani: ideoque tempus per A B erit ad tempus per D E, in ſubduplicata ratione AB ad D E: & tempus per G C eſt ad tempus per H F, in ſubduplicata ratione G C ad H F, vel in ſubduplicata ratione A B ad D E. Sed tempus per G B eſt ad tempus per H E, in ſubduplicata ratione G B ad H E, vel A B ad D E; ideoque (per 19. El. 5.) tempus per B C poſt deſcenſum ex G vel A, eſt ad tempus per E F poſt deſcenſum ex H vel D, in ſubduplicata ratione A B ad D E, hoc eſt ut tempus per A B ad tempus per D E; ideoque (per 12. El. 5.) tempus per A B, B C erit ad tempus per D E, E F ut tempus per A B ad tempus per D E, vel in ſubduplicata ratione A B ad D E; verum (ob A B ad D E, ut B C ad E F) erit A B ad D E ut A B, B C ad D E, E F; ideoque tempus per A B, B C erit ad tempus per D E, E F in ſubduplicata ratione A B, B C ad D E, E F. *Q. E. D.* Idem ſimiliter oſtendetur, ſi plura eſſent utrobique plana inclinata & proportionalia, unde patet propoſitum.

Cor. Si ſint duae ſuperficies curvae A B, D E (Tab. 7. fig. 5.) ſimiles & ſimiliter poſitae, hae minime differunt ab infinitis numero planis, infinite parvis & proportionalibus, & ad ſe invicem ſimiliter inclinatis; ideoque erit tempus deſcenſus per ſuperficiem A B ad tempus deſcenſus per ſuperficiem D E in ſubduplicata ratione A B ad D E.

PROBL.

PROBL. VI.

Dato ſpatio AB (Tab. 7. fig. 6.) *in plano utcunque inclinato, in dato tempore a Gravi e quiete cadente percurſo; invenire ſpatium percurſum aequali tempore, in alio plano contiguo BG, poſito Grave in ſecundo hoc plano motum ſuum continuare.*

Per A ducatur Horizontalis recta AE, & producatur BG ad E, fiat BD aequalis AB; & rectis EB, ED capiatur tertia proportionalis EC. Erit BC ſpatium, quod in ſecundo plano a Gravi motum ſuum continuante aequali tempore percurritur, quo AB in primo plano. Exponat enim AB (vel BD) tempus per AB, unde (per Corol. Theor. 36.) EB exponet tempus per EB. Eſt vero tempus per EB ad tempus per EC, in ſubduplicata ratione EB ad EC, hoc eſt ut EB ad ED; ſed eſt EB ſpatium, quod percurritur tempore ut EB; ideoque EC erit ſpatium, quod percurritur tempore ut ED, ac proinde BC (differentia ſpatiorum) eſt ſpatium, quod percurritur tempore ut DB vel AB (differentia temporum) poſt caſum ex E vel A. Quod erat Inveniendum.

PROBL. VII.

Dato ſpatio AB (Tab. 7. fig. 7.) *in plano inclinato, a Gravi e quiete cadente percurſo in dato tempore: Item ſpatio BC in alio plano contiguo*

guo, in quo Grave motum ſuum continuat; invenire tempus quo percurritur ſpatium illud datum BC.

Ducatur per A horizontalis recta AE, cui occurrat BC producta in E: inter EB, EC inveniatur media proportionalis ED. Et ſi AB exponat tempus quo percurritur AB, BD exponet tempus quaeſitum, quo percurritur BC. Eſt enim tempus per AB ad tempus per EB, ut AB ad EB; ideoque EB exprimet tempus, quo Grave cadet per EB; at eſt tempus per EB ad tempus per EC, in ſubduplicata ratione EB ad EC, ſive (ob EB, ED, EC continue proportionales) ut EB ad ED; ſed eſt EB ut tempus per EB; unde DB (differentia temporum) erit ut tempus per BC (differentiam ſpatiorum.) Ac proinde tempus per AB, erit ad tempus per BC, ut AB ad BD. *Q. E. I.*

Cor. Hinc ſi Grave ſucceſſive per plura plana Inclinata AB, BC, CD (Tab. 7. fig. 8.) deferatur, aſſignari poteſt tempus, in quo per ſingula movetur: Producantur enim BC, CD, ut cum horizontali per A ducta conveniant in E, & F; inter EB, EC fiat EG media proportionalis; item inter FC, FD fiat media proportionalis FH. Et ſi AB exponat tempus per AB, BG exponet tempus per BC, & CH exponet tempus per CD.

Def. Si Grave quodvis A (Tab. 7. fig. 9.) filo tenuiſſimo, circa centrum B mobili, appendatur; talem machinam Pendulum appellamus.

Quod

Quod ſi pendulum circa B rotetur ut Grave arcum CAD deſcribat, idem motus huic Gravi accidet ac ſi in ſuperficie ſphaerica CAD, perfecte dura ac levigata motum fuiſſet corpus Grave. Etenim motum circa punctum B liberrimum ſupponimus, & ab aëris reſiſtentia, quae in gravioribus pendulis exigua admodum eſt, abſtrahimus: quod ſi pendulum ad ſitum BC deferatur, & exinde demittatur, Grave deſcendendo deſcribet arcum CA, & in puncto A eam habebit velocitatem, quae acquiritur cadendo per EA, qua velocitate per tangentem in A exire conabitur (*per legem primam.*) Verum cum per filum AB detineatur in peripheria CAD, aſcendet per arcum AD ad eandem Altitudinem (ſcil. ad D) ex qua decidit (per Cor. 2. Theor. 38.) ubi omni amiſſa velocitate, ſua gravitate rurſus incipiet deſcendere; & in puncto A priorem acquiret velocitatem, cum qua aſcendet ad C: atque ſic aſcendendo & deſcendendo continuas vibrationes in peripheria CAD perficiet. Quod ſi aer pendulorum motui nihil obſtaret, & ſi nulla eſſet frictio circa centrum rotationis B, in aeternum duraturae forent pendulorum vibrationes; at ob haſce cauſas aliquantulum, licet inſenſibiliter, ſingulis vibrationibus diminuitur penduli velocitas in puncto A, unde fit ut non ad idem praeciſe punctum redeat Grave penduli, ſed arcus in quos excurrit continuo breviores reddantur, donec tandem inſenſibiles evadant.

THEOR. XLI.

Ejuſdem penduli vibrationes exiguae, utcunque inaequales ſint, fere & ad ſenſum ſunt aequidiuturnae.

Sit pendulum AB (Tab. 7. fig. 10.) quod oſcillando deſcribit inaequales arcus CBD, FBG, dico aequalia fere in illis deſcribendis inſumi tempora; ſive oſcillationem in arcu CBD aequali fere tempore peragi, quo perficitur oſcillatio in arcu FBG, modo arcus CB, FB, non ſint nimis magni. Ducantur ſubtenſae CB, FB, DB, GB, & quoniam arcus ſupponantur exigui, ii nec longitudine nec declivitate multum a ſubtenſis ſuis deflectent: ac proinde Grave paria fere inſumet tempora, ſive per arcus CB, FB, ſive per arcuum ſubtenſas feratur; ſed tempora deſcenſuum per arcuum ſubtenſas aequalia ſunt (per Corol. 1. Theor. 39.) quare tempora per arcus CB, FB erunt fere aequalia, igitur & horum temporum dupla, ſcil. quibus oſcillando deſcribuntur inaequales arcus CBD, FBG erunt quoque fere aequalia. Quare ejuſdem penduli vibrationes, licet in arcus inaequales excurrentes, ſunt ſaltem ad ſenſum aequidiuturnae. *Q. E. D.*

Huic Theorematì ſuffragatur experientia, pendula enim duo aequalis longitudinis ad motum incitata, quorum unum in multo majores arcus excurrat quam alterum, tempora oſcillationum fere aequalia habebunt, adeo ut in centum oſcillati-

latiónibus, vix erit diſcrepantia temporis unius oſcillationis.

THEOR. XLII.

Durationes Oſcillationum duorum pendulorum, in ſimiles arcus excurrentium, ſunt in ſubduplicata ratione longitudinum pendulorum.

Sint duo pendula AB, CD (Tab. 7. fig. 11.) in arcubus ſimilibus EBF, GDH oſcillantia; erit tempus oſcillationis penduli AB ad tempus oſcillationis penduli CD, in ſubduplicata ratione longitudinis AB ad longitudinem CD. Nam quoniam arcus EB, GD ſunt ſimiles & ſimiliter poſiti, erit (per cor. Theor. 40.) tempus deſcenſus per EB, ad tempus per GD, in ſubduplicata ratione EB ad GD; ſed tempus deſcenſus per EB eſt dimidium oſcillationis integrae in arcu EBF; ſicut tempus deſcenſus per GD eſt dimidium oſcillationis integrae per arcum GDH; ideoque tempus oſcillationis penduli per arcum EBF erit ad tempus oſcillationis penduli per arcum GDH, in ſubduplicata ratione EB ad GD: hoc eſt ob arcus EB, GD ſimiles, in ſubduplicata ratione ſemidiametri AB ad ſemidiametrum CD; vel in ſubduplicata ratione longitudinis penduli AB ad longitudinem penduli CD. *Q. E. D.*

Corol. Longitudines pendulorum ſunt in duplicata ratione temporum quibus oſcillationes perficiuntur.

Cum durationes vibrationum ſint reciproce ut numerus vibrationum eodem tempore peractarum, facile ex dato numero vibrationum quae ab uno pendulo AB notae longitudinis, in dato tempore perficiuntur, dabitur numerus vibrationum, quae ab alio quovis pendulo CD notae longitudinis eodem tempore perficiuntur; capiendo numerum qui ſit ad numerum vibrationum penduli AB, in ſubduplicata ratione AB ad CD; ſive ut AB ad mediam proportionalem inter AB, CD; vel ut radix quadrata numeri quo exprimitur longitudo penduli AB, ad radicem quadratam numeri quo exprimitur longitudo penduli CD. Et viciſſim ex dato vibrationum numero quae eodem tempore a duobus pendulis AB, CD perficiuntur, & data longitudine unius ſcil. AB, dabitur longitudo alterius CD, nempe faciendo ut quadratum numeri vibrationum penduli CD ad quadratum numeri vibrationum penduli AB, ita longitudo AB ad longitudinem quaeſitam CD.

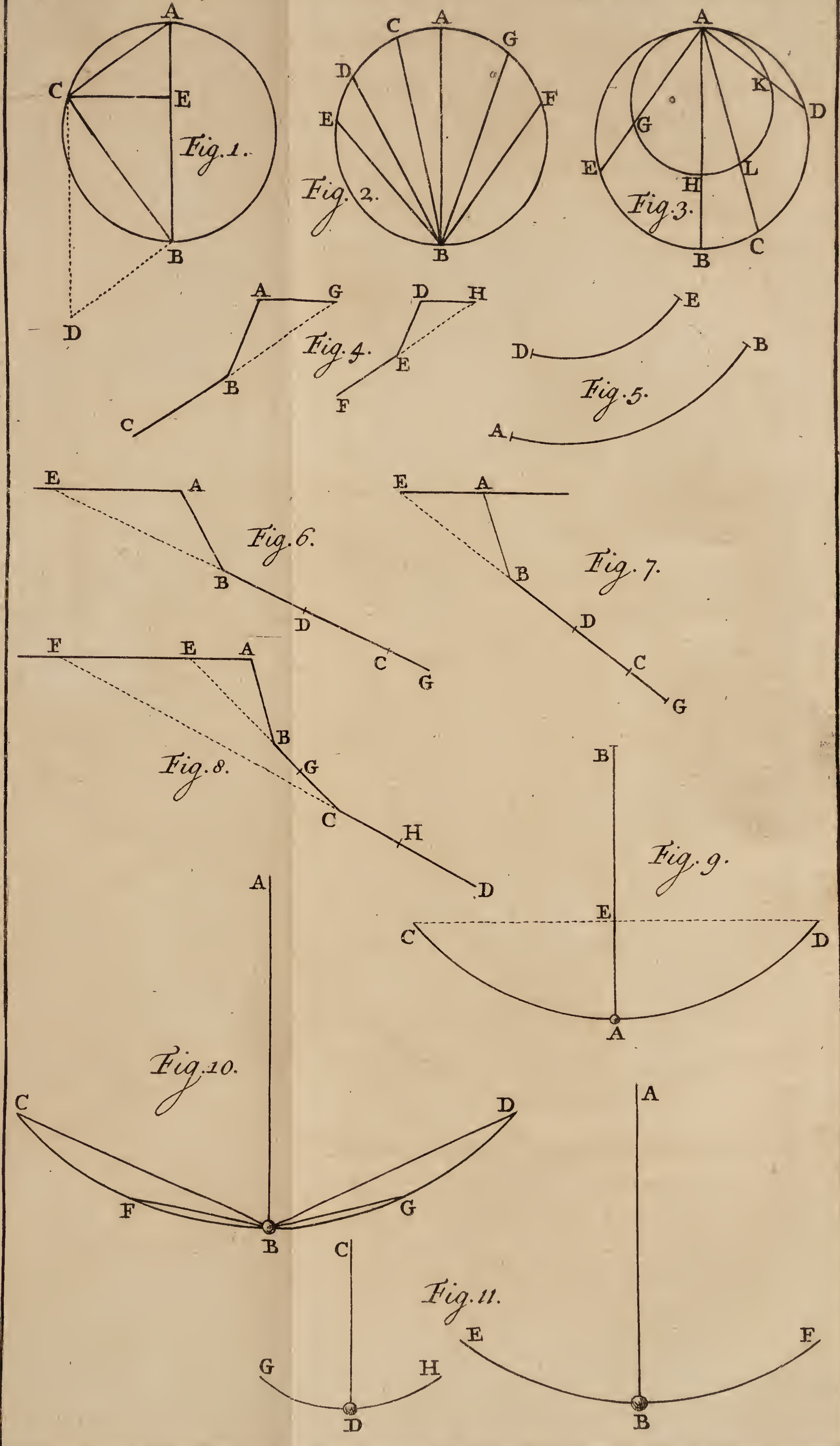
Theor. XLIII.

Velocitas penduli in puncto infimo eſt ut ſubtenſa arcus quem deſcendendo deſcribit.

Sit pendulum AB (Tab. 8. fig. 1.) quod motu ſuo deſcribat circulum BDCG, dico velocitatem acquiſitam cadendo ex D in B, eſſe ad velocitatem in B acquiſitam cadendo ex C in B, ut chorda arcus BD ad chordam arcus BC. Per

puncta

Tab. VII.



puncta D, C ducantur horizontales rectae D E, C F; Et erit velocitas gravis acquiſita deſcendendo per E B, ad velocitatem gravis acquiſitam in deſcenſu per G B, in ſubduplicata ratione E B ad G B, hoc eſt (ob E B, D B, G B continue proportionales) ut D B ad G B. Eadem ratione, velocitas acquiſita a mobili cadendo per G B, eſt ad velocitatem acquiſitam in caſu per F B, in ſubduplicata ratione G B ad F B, hoc eſt (ob G B, C B, F B continue proportionales) ut G B ad C B. Quare *ex aequo*, velocitas acquiſita in deſcenſu gravis per E B erit ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per F B, ut D B ad C B; ſed velocitas acquitſia in deſcenſu per arcum D B, eadem eſt cum velocitate acquiſita in perpendiculo per E B; & velocitas in deſcenſu per arcum C B acquiſita, eadem eſt cum velocitate in perpendiculari deſcenſu per F B acquiſita. Quare erit velocitas acquiſita in deſcenſu per arcum D B, ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per arcum C B, ut ſubtenſa D B ad ſubtenſam C B. *Q. E. D.*

Corol. 1. Sit G B (Tab. 8. fig. 2.) perpendiculum cujuſvis longitudinis, & velocitas acquiſita in deſcenſu Gravis ex G ad B exponatur per G B; ſuper quo, tanquam diametro, deſcribatur ſemicirculus G D C B, & ex quovis diametri puncto E erigatur normalis E D, peripheriae occurrens in D, ducaturque chorda G D, erit haec ut velocitas a Gravi acquiſita cadendo ex altitudine G E: nam (ob B G, G D, G E continue proportionales) erit ratio B G ad G D ſubduplicata rationis B G ad G E, ideoque B G erit

ad GD, ut velocitas acquiſita cadendo ex altitudine GB, ad velocitatem per GE cadendo acquiſitam. Similiter velocitas acquiſita cadendo per GB, eſt ad velocitatem acquiſitam ex caſu per GF, ut GB ad GC, ideoque velocitates acquiſitae a Gravibus, cadendo per altitudines GE, GF, ſunt ut chordae GD, GC.

Cor. 2. Si capiantur arcus B 1, B 2, B 3, &c. (Tab. 8. fig. 1.) tales, ut eorum ſubtenſae ſint ut 1, 2, 3, &c. reſpective; atque vis quaedam agens pendulum ſurſum impellat per arcum B 1, alia vero per arcum B 2, & alia per arcum B 3, velocitates penduli in puncto B hiſce viribus moti, erunt ut 1, 2, 3, reſpective.

Ope hujus Theorematis, variae in quavis ratione data velocitates mobili tribuentur; aliaeque a percuſſione alterius corporis acquiſitae, inter ſe & cum aliis initio datis, comparari poſſunt.

Fiat Triangulum ligneum ABC (Tab. 8. fig. 3.) in quo juxta angulum A, capiantur duo puncta D, E, quorum diſtantia talis ſit, ut pendula duo DF, EG ex illis libere dependentia ſe mutuo tangant, & centris D, E, intervallo DF vel EG deſcribantur circulorum arcus FK, GH, in quibus capiantur portiones F 1, G 1, F 2, G 2, F 3, G 3, F 4, G 4, &c. tales ut ſubtenſae ſint ut 1, 2, 3, 4, &c. reſpective, & ſi Grave F ad punctum 5 attollatur in arcu KF, G vero ad punctum 3 in arcu GH, atque ſimul demittantur, (per Theor. 41.) ad puncta infima ſimul pervenient, & velocitates quibus ſeſe percutiunt erunt ut 5 & 3, quod ſi poſt ictum mobile G in arcu

GH

GH aſcendat ad 5, & mobile F in arcu FK aſcendat ad 3, erunt velocitates mobilium F & G ut 3 & 5 reſpective & verſus contrarias partes. Ad hunc modum facile erit experientiae ſubjicere regulas motus tam in corporibus duris quam elaſticis, quas in Lectionibus XIII & XIV demonſtravimus.

Cum ejuſdem penduli vibrationes minimae ſint fere aequidiuturnae, licet arcus in quibus excurrat pendulum ſint inaequales, hinc egregium pendulorum uſum, ad horologiorum automatων motus regendos, monſtravit *Chriſtianus Hugenius*; quamvis enim *Galilaeus* hujus ſcientiae auctor, pendula prius adhibuit in obſervationibus Aſtronomicis & Phyſicis, quae accuratam temporis menſuram requirunt: *Hugenius* tamen primus horologia pendulis inſtruxit, & experientia comprobavit horologia ejuſmodi, priora illa quorum libratores horizontales fuerint, longe ſuperare. Ex eo tempore in uſum communem recepta ſunt horologia pendulis inſtructa, quorum aliqua tam affabre elaborata ſunt, ut temporis menſuram exhibeant motu ſolis multo juſtiorem, qui tempus apparens ſeu relativum ſolum monſtrat, non autem verum & abſolutum; unde fit ut automata pendulis inſtructa, ſtatis temporibus horam indicent ab apparenti diverſam, & aliquando tempus ſolaris horologii quindecim vel ſedecim minutis primis ſuperantem, aliquando totidem minutis ab eo deficientem: nec niſi quater in quolibet anno ſol & horologium automaton idem temporis punctum monſtrant.

Quamvis ejuſdem penduli vibrationes, (licet excurrat pendulum in arcus inaequales,) ſint fere & ad ſenſum aequidiuturnae; cum tamen non ſint omnimodo & geometrice tales, ſed majores minoribus ſint aliquantulum diuturniores, & vibrationes pauxilla temporis quantitate a ſe invicem differunt, ex multis minimis differentiolis, tandem magna ſatis conflatur differentia, idque ita eſſe reipſa atque experimentis evincitur: ſi enim, ut aliquando in frigida fit tempeſtate, lentore aliquo afficiantur rotae, ut pendulum minore vi impellant, incitatius quam par eſt feſtinant oſcillationes; ſi nimia lubricitate polleant rotae, & pendulum in majorem arcum excurrere cogant, lentius procedit tempus ab horologio indicatum. Imo ex nuperis experimentis in *Actis Philoſophicis Londinenſibus* recenſitis, conſtat automati pendululum in vacuo vibrationes perficiens, ſublata aeris reſiſtentia, in majores arcus excurriſſe, & ſingulas oſcillationes in majore tempore complevisse. Quare ut pendulorum Oſcillationes ad omnimodam aequalitatem redigantur, & reciprocationum penduli latiorum anguſtiorumque tempora perfecte aequalia evadant; excogitavit *Hugenius* methodum, qua Grave penduli, per cycloidis arcum ſemper deferretur. In ſequentibus autem demonſtrabitur tempora deſcenſuum per quoſcunque ejuſdem cycloidis arcus ad punctum infimum, quod verticem cycloidis eſſe ſupponitur, inter ſe aequalia eſſe; ideoque, ſi Grave penduli ſemper in arcu cycloidis moveatur, erunt tempora oſcillationum accurate

inter

inter ſe aequalia; ſive pendulum in majores excurrat arcus, ſive in minores.

Theor. XLIV.

Si centro C (Tab. 8. fig. 4.) *intervallo quovis C A, deſcribatur circuli quadrans A H B, atque in recta A C ea lege deſcendat mobile ut ejus velocitas in loco quovis P, ſit ſemper ut P L quae eſt ſinus arcus A L; erit tempus quo deſcendit mobile ab A ad C, aequale tempori quo percurri poſſit peripheria A H B, cum uniformi velocitate ut C B quae ultimo a mobili cadendo acquiritur: erit praeterea tempus caſus per ſpatium quodvis A F, ad tempus caſus per ſpatium Ap, ut arcus A H ad arcum A l, & vis qua in loco quovis F acceleratur mobile erit ut F C, quae eſt loci a centro diſtantia.*

Diſtinguatur peripheria A B in particulas innumeras infinite exiguas L L, L L, &c. & ducantur F H, P L, *p l* in A C perpendiculares, jungatur H C, ſitque H K perpendicularis in P L. Quoniam triangula F H C, K H L ſunt aequiangula, (nam praeter angulos ad F & K rectos, eſt angulus F H C aequalis angulo K H L, eſt enim angulus K H C utriuſque complementum ad rectum) erit F H ad H C ut K H vel F P ad H L; ſed (ex hyp.) eſt F H ut velocitas mobilis in puncto F, qua ſcil. percurritur lineola F P, & C H vel C B eſt ut velocitas quae ultimo cadendo acquiritur, ubi mobile ad C pervenerit, ideoque

erit ut velocitas qua deſcribitur arcus H L. Erit igitur velocitas mobilis deſcendentis per lineolam F P, ad velocitatem mobilis quod per arcum H L movetur, ut ipſa lineola F P, ad arcum H L; quare cum velocitates ſint ſpatiis percurſis proportionales, erunt tempora in quibus ſpatia percurruntur, aequalia. Similiter demonſtrari poteſt aliam quamvis peripheriae particulam L L cum velocitate C B deſcribi eodem tempore, quo percurritur correſpondens lineola P P in perpendiculo, cum velocitate correſpondente P L; ac proinde *(componendo)* eodem tempore deſcendit mobile per omnes lineolas P P, hoc eſt per totam A C, quo percurruntur omnes arcus L L, vel tota peripheria A H B, cum velocitate uniformi ut C B. *Q. E. D.*

Praeterea eſt tempus quo deſcendit mobile ab A ad F, aequale tempori quo percurritur arcus A H; & tempus quo deſcendit mobile ab A ad *p*, aequale eſt tempori quo deſcribitur arcus A *l*; ſed eſt tempus quo percurritur arcus A H, ad tempus quo percurritur arcus A *l*, (cum uterque eadem velocitate deſcribitur) ut arcus A H ad arcum A *l*, quare erit tempus deſcenſus ex A in F, ad tempus deſcenſus ex A in *p*, ut arcus A H ad arcum A *l*; ac proinde *(dividendo)* tempus per F *p* erit ut arcus H *l*. *Q. E. D.*

Fiant arcus H L, *hl* aequales; unde tempus deſcenſus per F P, aequale erit tempori per *fp*: & (ob triangula K H L, F H C, item *khl*, *fh*C, aequiangula) erit K L ad H L vel *hl*, ut F C ad C H vel C *h*; item eſt *hl* ad *kl* ut C *h* ad C *f*,

ac

ac proinde, *ex aequo*, erit KL ad *kl* ut CF ad C*f*; at eſt KL ut incrementum velocitatis acquiſitum dum mobile percurrit FP, & *kl* eſt ut incrementum velocitatis mobilis, dum in aequali tempore percurrit lineolam *fp*; vires vero quibus acceleratur mobile in locis F & *f* ſunt ut incrementa velocitatum temporibus aequalibus orta, erunt igitur vires mobilis acceleratrices in locis F & *f* ut rectae KL, *kl*, hoc eſt, vis qua urgetur mobile in F eſt ad vim qua urgetur in *f*, ut KL ad *kl*; ſed oſtenſum eſt ut KL ad *kl* ita eſſe CF ad C*f*, quare erit vis qua urgetur mobile in F, ad vim qua in *f* urgetur, ut diſtantia CF ad diſtantiam C*f*. Sunt igitur vires acceleratrices in quibuſvis locis ut ipſorum a centro diſtantiae. *Q. E. D.*

Cor. Hinc e converſo ſi mobile deſcendendo ab A ad C urgeatur a vi, quae ſit ut ipſius a centro diſtantia; & vis illa initio motus exponatur per rectam DE, poſito arcu AE infinite exiguo; velocitates ejuſdem mobilis in locis quibuſvis F, *f*, exprimentur per ſinus FH, *fh*, & tempora per arcus AH, A*h*; & incrementa velocitatum, vel, ſi arcus aequaliter creſcant, vires acceleratrices per incrementa ſinuum exponentur.

THEOR. XLV.

Si mobile in recta AC (Tab. 8. fig. 5.) *urgeatur verſus punctum C, viribus quae ſint diſtantiis a puncto C proportionales, ex quacunque altitudine demittatur, ad punctum C eodem ſemper tempore*

tempore perveniet; eſtque tempus illud ad tempus quo poſſit mobile percurrere eandem viam, cum uniformi velocitate & aequali ei quae ultimo cadendo acquiritur, ut ſemiperipheria circuli ad ejus diametrum.

Demittantur duo mobilia ex punctis A & M ſimul, & urgeatur utrumque mobile viribus, quae ſint diſtantiis a puncto C proportionales; dico utrumque mobile ad punctum C eodem tempore perventurum. Centro C, intervallis CA, CM, deſcribantur circuli quadrantes AB, MN; & exponatur vis qua urgetur mobile in A, vel quod idem eſt, ipſius velocitas in ipſo motus initio, per DE ſinum arcus infinite parvi AE; conſtat (ex Corol. praecedentis Theor.) ipſius velocitatem, poſt caſum ad C, per rectam CB exponi. Sed (ex hypotheſi) vis qua acceleratur mobile in A, eſt ad vim qua acceleratur mobile in M, ut CA ad CM, vel ut DE ad PO, ob arcus AE, MO ſimiles; quare ſi DE exponat velocitatem mobilis, initio caſus ex A, PO exponet velocitatem mobilis, initio caſus ex M; ac proinde (per idem Cor.) CN exponet velocitatem mobilis in C, poſt caſum per MC. Eſt praeterea tempus caſus ex A ad C, aequale tempori quo deſcribi poteſt peripheria AB, cum uniformi velocitate ut CB; & tempus caſus ex M ad C, aequale eſt tempori quo deſcribitur peripheria MN, velocitate ut CN. Sed tempus quo deſcribitur peripheria AB velocitate CB, aequale eſt tempori quo deſcribitur peripheria MN,

MN, velocitate CN, (ob AB : MN :: CB : CN, ſpatia ſcil. percurſa velocitatibus proportionalia) quare erit tempus caſus ex A ad C, aequale tempori quo corpus deſcendit ex M ad C. *Q. E. D.*

Tempus quo mobile percurrit rectam AC, cum velocitate CB, eſt ad tempus quo arcum AB percurrit cum eadem velocitate, ut recta AC ad arcum AB, vel ut illius dupla ad hujus duplum, hoc eſt, ut diameter circuli ad ſemiperipheriam; ſed tempus per arcum AB eſt aequale tempori deſcenſus ad C (per praecedens Theor.) unde erit tempus quo mobile fertur per rectam AC, cum velocitate ut CB, ad tempus caſus ad C [cum velocitate accelerata] ut diameter circuli ad ſemiperipheriam. *Q. E. D.*

Defin. Si ſuper recta B*b* (Tab. 8. fig. 6.) inſiſtens circulus, (quem circulum generatorem dicimus,) puncto ſuo *b*, (quod punctum lineans appellabimus,) rectam B*b* tangens, qui ſuper eandem rectam volvi intelligatur; peripheria ſua continua ad rectam applicatione commenſurans aequalem rectam BA*b*, donec punctum lineans in ſublime latum, ideoque curvam BG*b* ſuo motu deſcribens, circuitu facto, eandem rectam BA*b* iterum in *b* contingat, Curva linea BG*b* motu puncti *b* deſcripta, linea Cyclois appellatur. Et figura BGDAB figura Cycloidis dicitur, & recta GA biſecans baſim perpendiculariter, Cycloidis axis; & punctum G vertex Cycloidis dicitur,

LEMMA.

LEMMA.

Si circulus generator circa axem cycloidis conſtituatur, & a puncto quovis Cycloidis C ordinetur ad axem recta CE, cum peripheria circuli conveniens in D; erit recta CD aequalis arcui circulari GD, arcus vero cycloidis GC aequalis erit duplae chordae GD; & ſemicyclois BCG aequalis erit duplae diametro AG; recta vero CF cycloidem in C tangens parallela erit chordae DG. Haec a *Walliſio* & aliis, qui de Cycloide ſcripſerunt, demonſtrata ſunt.

THEOR. LXVI.

In Cycloide, cujus axis ad perpendiculum erectus eſt vertice deorſum ſpectante, tempora deſcenſus quibus mobile urgente vi Gravitatis, a quocunque in eo puncto demiſſum ad punctum imum pervenit, ſunt inter ſe aequalia; habentque ad tempus caſus perpendicularis per axem cycloidis, eam rationem quam habet ſemiperipheria circuli ad ipſius diametrum.

Sit cyclois ACD (Tab. 8. fig. 7.) cujus axis CE, circulus generator ECG. Cum recta cycloidem in puncto quovis H tangens parallela ſit chordae CG, in circulo Generatore circa axem conſtituto, ductae; patet mobile in deſcenſu ſuo, eadem vi accelerari in puncto H, ac ſi in recta GC deſcenderit; eſt vero vis qua acceleratur in GC,

ad

ad vim Gravitatis, ut MC ad GC; ſed ut MC ad GC ita GC ad CE, (per Cor. Prop. 8.El. 6.) Quare vis qua acceleratur mobile in puncto H, eſt ad vim Gravitatis, ut GC ad CE. Eadem ratione vis Gravitatis eſt ad vim qua acceleratur mobile in alio quovis loco K, ut CE ad CL; quare *(ex aequo)* vis qua acceleratur mobile in H, eſt ad vim qua acceleratur in K, ut GC ad LC, vel ut dupla GC ad duplam LC, hoc eſt ut curva cycloidis HC ad curvam KC [ut patet ex Lemmate in Theor. 45.] Vires igitur quibus deſcendendo ſuper cycloidem acceleratur mobile, ſunt ut longitudines curvae percurrendae. Ponamus jam rectam *ac* aequalem longitudini curvae AC, atque ſupponatur mobile aliquod iiſdem viribus urgeri in recta *ac* verſus *c*, quibus mobile urgetur deſcendendo per curvam AC; at vires quibus urgetur mobile in punctis quibuſvis cycloidis H & K, ſunt ut longitudines HC, KC, vel *hc*, *kc*, hoc eſt, vires in locis quibuſvis ſunt ut diſtantiae locorum a puncto *c*, ac proinde (per Theor. praecedens) tempora deſcenſuum ex quacunque altitudine aequalia erunt. Quoniam itaque in correſpondentibus cycloidis & rectae *ac* punctis, aequales ſunt vires acceleratrices, velocitatum incrementa aequalia quoque erunt, *v. g.* poſito AH=*ah*, accelerationes in punctis H & *h* aequales erunt, ſicut etiam in punctis K & *k*, modo ſit AK=*ak*; & ſimiliter in caeteris omnibus utriuſque lineae punctis, quae ſibi mutuo reſpondent, incrementa veloci-

velocitatum aequalia erunt; ideoque ſi mobilia ex correſpondentibus punctis incipiant deſcendere, ſummae incrementorum, ſeu velocitates in aequalibus ſpatiis deſcribendis acquiſitae aequales erunt, ac proinde tempora quibus aequalia haec ſpatia aequalibus velocitatibus deſcripta ſunt, aequalia quoque erunt. Eſt igitur tempus deſcenſus ab *a* ad *c*, in recta *ac*, aequale tempori deſcenſus ab A ad C ſuper cycloidem, & tempus deſcenſus ab *h* ad *c*, in recta *hc*, aequale tempori deſcenſus ab H ad C ſuper cycloidem, & ſimiliter tempus per KC, aequale eſt tempori per *kc*, ſi initium caſus fit ex punctis *k*, K, & ſic de caeteris. Sed tempus caſus ab *a* ad *c*, aequale eſt tempori caſus ab *h* ad *c*, vel a *k* ad *c*; quare tempus deſcenſus ſuper cycloidem ab A ad C, aequale erit tempori deſcenſus ab H ad C, vel a K ad C. Tempora igitur deſcenſus, quibus mobile a quocunque puncto in cycloide demiſſum ad punctum imum pervenit, ſunt inter ſe aequalia. *Q. E. D.*

Porro tempus caſus ab *a* ad *c*, eſt ad tempus quo percurritur *ac*, vel dupla EC, cum velocitate ultimo acquiſita, ut ſemiperipheria circuli ad diametrum [ut oſtenſum eſt in Theor. 45.] at tempus quo percurritur dupla EC cum eadem velocitate, aequale eſt tempori, quo mobile ſua Gravitate cadens, deſcendit per EC axem cycloidis unde erit tempus deſcenſus per *ac* vel AC, ad tempus quo grave deſcendit per cycloidis axem, ut ſemiperipheria circuli ad ejus diametrum.

Cor.

Cor. Tempus, quo Grave deſcendit in cycloide per arcum AC, & aſcendit per CD, hoc eſt tempus motus in cycloide ACD, eſt ad tempus caſus perpendicularis per axem cycloidis, ut integra circuli peripheria ad ejus diametrum.

Hinc ſi Grave penduli vibrationes in cycloide perficiat, ſive in magnos excurrat arcus ſive in minimos, aequalibus ſemper temporibus ſingulae oſcillationes peragentur. *Hugenius* autem in tractatu de *Horologio Oſcillatorio*, parte tertia, modum oſtendit, quo fiet ut Grave in cycloide, vel alia quacunque curva, oſcilletur: Invenienda ſcil. eſt curva, cujus evolutione curva data deſcribitur; & duae laminae in eandem curvaturam inflectendae ſunt, intra quas per fila determinatae longitudinis, ſuſpenſum Grave, non circulum ſed aliam curvam deſcribit. Sint duae laminae ACB, AED (Tab 8. fig. 8.) in figuras ſimiles & aequales incurvatae, & ex puncto A ſuſpendatur penduli filum, quod dum pendulum oſcillatur, circumplicetur laminis ACB, AED, quas perpetuo tangit; per fili ad laminas applicationem continuo impeditur motus penduli in circulo, & Grave per curvam BPFD defertur; Curva ACB vel AED dicitur evoluta, & curva BPFD ex evolutione deſcribi dicitur. Quod ſi curvae ACB vel AED, ſint duae ſemicycloides, quarum axes vel diametri circulorum Generantium ſint aequales FG vel AG, dimidiae ſcil. longitudini penduli, Curva BPFD per quam Grave defertur evadit Cyclois integra,

cujus

cujus axis eſt F G, dimidia penduli longitudo, ut ab *Hugenio* aliiſque demonſtratur.

Cum portio cycloidis prope verticem F, deſcribitur motu fili cujus longitudo eſt A F, atque circulus centro A intervallo A F, eodem fili motu deſcribitur; circulus ille per F tranſiens, fere coincidet cum cycloidis portione prope verticem F, eſtque ipſi aequicurvus; eodem igitur tempore Grave defertur ad F, per arcum exiguum circuli ac per arcum cycloidis, cui circulus eſt aequicurvus.

Hinc rurſus patet ratio, cur pendulo vibrationes exiguas in circulo perficiente, tempora oſcillationum ſint aequalia: nam ſi arcus C A D, G A F (Tab. 8. fig. 9.) parvi ſint, fere coincident cum portione cycloidis prope verticem F deſcriptae circa axem A K, dimidiam ſcil. penduli longitudinem; ideoque eodem fere tempore deſcendit Grave per arcus circuli C A vel G A, quo per arcus cycloidis ipſis propemodum coincidentes deſcenderet; ſed aequalibus temporibus per arcus quoſcunque cycloidis deſcendet Grave; quare etiam aequalibus temporibus cadet Grave per arcus exiguos circulares C A, G A; ac proinde oſcillationes integrae per arcus CAD, GAF aequalibus temporibus peragentur.

Eſt itaque tempus, quo pendulum oſcillationem minimam in circulo perficit, aequale tempori quo perficitur oſcillatio per arcum cycloidis, cujus axis eſt dimidia penduli longitudo. At tempus, quo perficitur oſcillatio in cycloide, eſt ad tempus caſus perpendicularis per axem cycloidis

cloidis (hoc eſt, per dimidiam penduli longitudinem) ut peripheria circuli ad diametrum. Atque hinc ſequitur tempus cujuſvis oſcillationis minimae, eſſe ad tempus caſus per penduli longitudinem, in conſtanti ratione, quae eſt ea quam habet circuli peripheria ad ipſius diametrum ductam in radicem quadratam numeri binarii.

Si in diverſis orbis Terrae Regionibus, idem pendulum temporibus inaequalibus oſcillationes ſuas perfecerit, tempora deſcenſuum per penduli longitudinem in diverſis his regionibus inaequalia quoque erunt; & ubi lentius procedunt oſcillationes, ibi quoque lentius deſcendet Grave in perpendiculo, & in dato tempore minus cadendo deſcribet ſpatium. Experimento vero certum eſt in Regionibus prope Aequatorem ſitis, ejuſdem penduli oſcillationes diuturniores eſſe, quam in aliis locis quorum major eſt latitudo; ideoque Gravia in illis Regionibus minus in dato tempore conficiunt ſpatium cadendo, & minori vi accelerant motum ſuum quam in noſtris Regionibus, longius ab Aequatore diſſitis; ideoque experimentis probatur minorem eſſe Gravitatis actionem in iis locis quorum minor eſt latitudo, quam in locis polo propioribus.

Diminuta haec Gravitatis vis ex vi centrifuga oritur: cum enim ex terrae circa axem ſuum rotatione, quodlibet corpus a centro circuli quem deſcribit recedere conatur, quo majores ſunt corporum circuitus, eo major ipſis inerit vis centrifuga, quae itaque eſt ſemper ut ſinus diſtantiae loci a polo, & ſub Aequatore maxima eſt, ſub

polo vero nulla; ideoque erit vis Gravitatis in Aequatore minima, in polo vero maxima.

Priuſquam hanc materiam miſſam facimus, lubet ſolutionem exhibere celeberrimi problematis a *Galilaeo* primum quaeſiti, deinde a *Joh. Bernouillio* Geometra propoſiti, ineunte An. Dom. 1696, & a Geometris celeberrimis, *Newtono*, *Leibnitio*, *Jac. Bernouillio*, *Hoſpitalio*, aliiſque ſoluti. Problema autem ſic propoſitum fuit.

Datis in plano verticali duobus punctis A & B (Tab. 9. fig. 1.) *aſſignare mobili viam, per quam Gravitate ſua deſcendens, & moveri incipiens a puncto A, breviſſimo tempore perveniat ad alterum punctum B.*

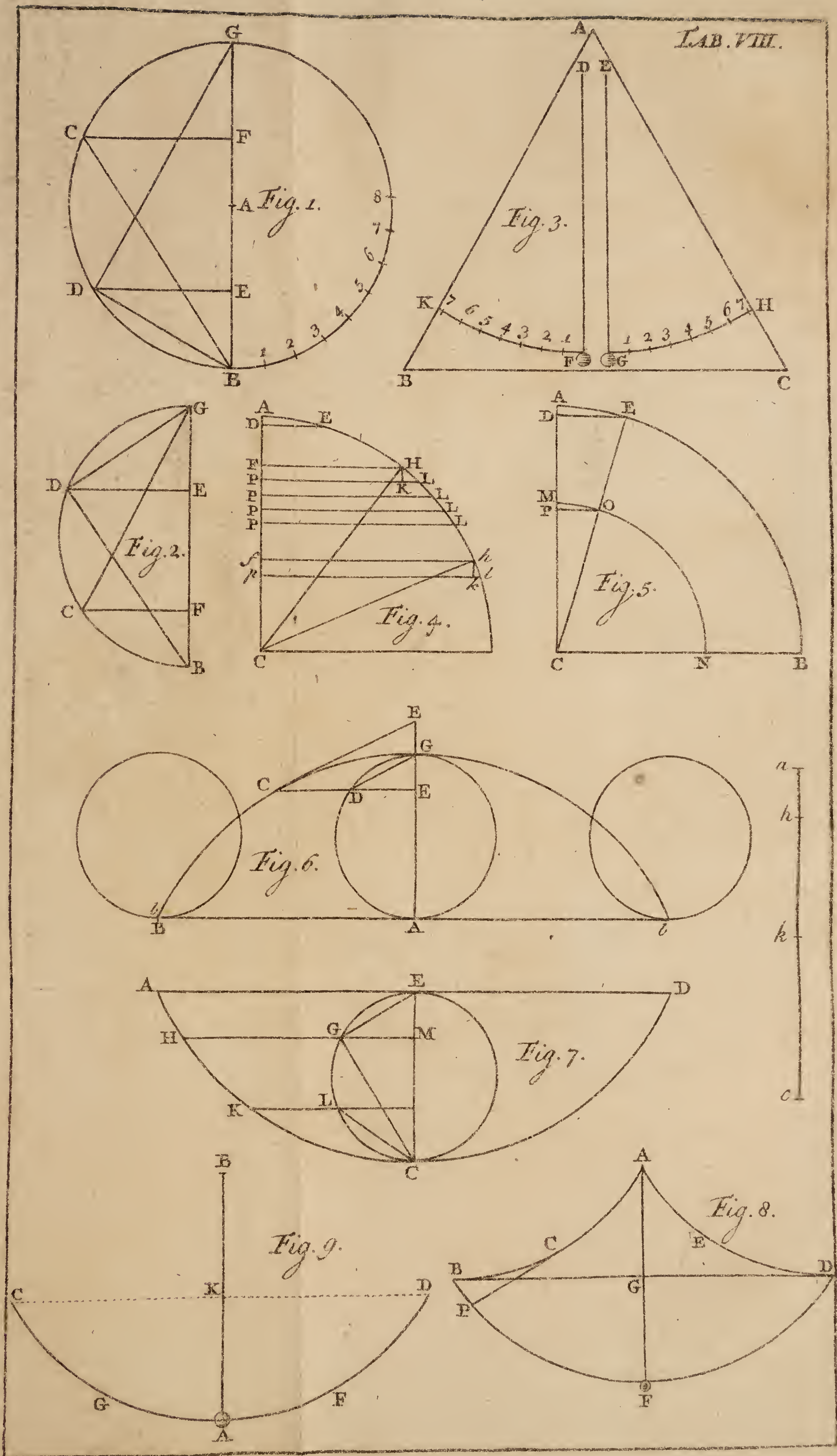
Lineam hanc eſſe Curvam Cycloidis per puncta A, B, tranſeuntem, cujus baſis eſt in horizontali per A ducta, invenerunt praedicti Geometrae; ad quod demonſtrandum ſequens praemittimus

L E M M A.

Si A d e g B ſit linea celerrimi deſcenſus, citius deſcendet Grave ex quolibet ejus puncto d, ad aliud quodvis ipſius punctum g, poſt caſum ex A, per ipſam curvam d e g, quam per aliam quamcunque viam.

Nam ſi dicatur citius deſcendere Grave per *d f g*, ergo via A *d f g* B breviori tempore percurretur,

TAB. VIII.


Fig. 1.
G
C
F
A
D
E
B
1 2 3 4 5 6 7 8
Fig. 3.
A
D E
K
H
7 6 5 4 3 2 1
1 2 3 4 5 6 7
F
G
B
C
Fig. 2.
G
D
E
C
F
B
Fig. 4.
A
E
D
F
H
P
L
K
f
h
p
l
k
C
Fig. 5.
A
E
D
M
O
P
C
N
B
Fig. 6.
E
G
C
D
E
B
A
b
a
h
k
c
Fig. 7.
A
E
D
H
G
M
K
L
C
Fig. 9.
B
C
K
D
G
F
A
Fig. 8.
A
C
E
B
G
D
P
F

curretur, quam A deg B; ac proinde curva illa A deg B non erit curva celerrimi deſcenſus; contra hypotheſin.

Sit jam A deg B (Tab. 9. fig. 2.) curva, cujus axis AC, ordinatim applicata dL; fluxio ſeu incrementum momentaneum axis, ſit LO$=dh$; fluxio vero curvae ſit de; ſitque ſemper rectangulum ſub data recta, quam vocemus a, & dh vel LO, applicatum ad de, velocitati qua percurritur de, hoc eſt, quae acquiritur cadendo ex A in d, proportionale: haec curva erit linea celerrimi deſcenſus. Capiantur de, eg duae curvae portiones contiguae, & infinite parvae; quae proinde a rectulis minime differunt: dico minore tempore deſcendere Grave per deg curvam, poſt caſum ex A, quam per aliam quamlibet viam dfg. Per f ducatur fq, parallela eg. Et ſupponatur fq eadem celeritate percurri qua eg; ſitque fn in de, item me, gq in fq perpendiculares. Et ob aequiangula triangula fne, deh, item fme, gei; eſt de ad dh, ut fe ad ne: ideoque erit $ne = \frac{dh \times fe}{de}$: item ob ge ad ei, ut fe ad fm, erit $fm = \frac{ei \times fe}{ge}$. Eſt vero $\frac{dh \times fe}{de} : \frac{ei \times fe}{ge} :: \frac{dh}{de} : \frac{ei}{ge} :: \frac{dh \times a}{de} : \frac{ei \times a}{ge}$, hoc eſt, ne eſt ad fm ut velocitas qua percurritur ne, ad velocitatem qua percurritur fm: unde ne, fm aequalibus temporibus percurruntur; & quia mq aequalis eſt eg, erit tempus per mq aequale tempori per eg, ideoque tempus per fq aequale erit tempori

 per

per *neg*. Sed ob angulum ad *q* rectum, eſt *fg* major quam *fq*, ideoque tempus per *fg* majus erit tempore per *fq*, vel per *neg*; & ob *df* majorem quam *dn*, erit tempus per *df* majus tempore per *dn*; unde erit tempus per *df*, *fg*, majus tempore per *dn*, *ng*. Minore igitur tempore deſcendit Grave ex *d* in *g*, poſt lapſum ex A, per curvam *deg*, quam per aliam quamlibet viam; ac proinde curva A *deg* B erit via celerimi deſcenſus.

Sit ABM (Tab. 9. fig. 3.) cyclois per B tranſiens, cujus baſis ſit horizontalis recta per A ducta; illa erit linea ſuper quam deſcendens Grave, in minimo tempore perveniet ex A in B. Sit GNM dimidium circuli Generatoris, cujus diameter GM vocetur *a*, ſitque *de* pars curvae cycloidis infinite parva, quae ab ejus tangente in *d* minime differet; ideoque parallela erit rectae NM; unde triangula *dhe*, NQM, GMN, aequiangula erunt: quare eſt *de* ad *dh*, ut GM ſeu *a* ad GN; ac proinde $dh \times a = de \times GN$, ac $\frac{dh \times a}{de} = GN$. Sed (per Cor. Theor. 43.) eſt GN ut velocitas, quae acquiritur a Gravi cadendo ex altitudine GQ, vel L*d*, hoc eſt, ut velocitas qua percurritur lineola *de*. Quare erit $\frac{dh \times a}{de}$ velocitati qua percurritur lineola *de* proportionale. Eſt igitur curva Cycloidis A*de*B, linea celerrimi deſcenſus. *Q.E.D.*

Si velocitas ponatur eſſe ut altitudo unde decidit Grave, linea celerrimi deſcenſus erit portio peripheriae

ripheriae circuli, cujus centrum eſt in horizontali per A ducta (ut Tab. 9. fig. 4.) Nam (ob aequiangula triangula dhe, dLC) eſt dh ad de, ut dL ad dC; ac proinde erit $dh \times d\text{C} = de \times d\text{L}$ & $\frac{dh \times d\text{C}}{de} = d\text{L}$. Sed (ex hypotheſi) dL eſt velocitati proportionalis; quare ſi dC dicatur a, erit $\frac{dh \times a}{de}$ velocitati proportionale. In hac igitur hypotheſi peripheriae portio AdeB erit via celerrimi deſcenſus.

Si velocitas, in puncto quolibet, ſit ut altitudinis emenſae dignitas m, & dicatur AL x, dL y; erit $dh = \dot{x}$, $he = \dot{y}$, & $de = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$. Quare ex curvae natura, erit $\frac{a^m \dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = y^m$; unde $\frac{a^{2m} \dot{x}^2}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = y^{2m}$, & $a^{2m} \dot{x}^2 = y^{2m} \dot{x}^2 + y^{2m} \dot{y}^2$, & $a \dot{x}^2 - y^{2m} \dot{x}^2 = y^{2m} \dot{y}^2$, & $\dot{x}^2 = \frac{y^{2m} \dot{y}^2}{a^{2m} - y^{2m}}$, & $\dot{x} = \frac{y^m \dot{y}}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$. Quae aequatio univerſaliter exprimit curvae naturam, in qua deſcendit Grave, tempore breviſſimo, ſi velocitas ſit ut altitudinis emenſae dignitas quaelibet m.

LECTIO XVI.

MOTUS Gravium in planis inclinatis, aut in ſuperficiebus curvis, eorumque ſymptomata praecipua, quantum permitteret inſtituti noſtri brevitas, in praecedente lectione explicavimus. Reſtat jam, ut Projectorum Phaenomena recenſeamus: & primo invenienda eſt natura iſtius lineae, quam mobile in ſpatiis liberis, & non reſiſtentibus projectum, urgente vi Gravitatis deſcribit. Et quidem ſi directe ſurſum vel deorſum projiciatur Grave, in recta linea movebitur; ejuſque motum eſſe motum uniformiter retardatum vel acceleratum, prout ſurſum vel deorſum projicitur, ex dictis in prioribus lectionibus conſtat. At ſi ſecundum directionem horizontalem, vel aliam quamvis ad horizontem obliquam projiciatur, in linea quadam curva deferetur.

Projiciatur enim mobile ex A (Tab. 9. fig. 5.) ſecundum directionem A V; per legem naturae primam, ſi nulla alia accedat vis, in eadem recta, eadem velocitate, ſemper progrederetur; ideoque aequalia ſpatia A B, B C, temporibus aequalibus deſcriberet. Diſtinguamus itaque tempus in aequales particulas; & ſi poſt primam temporis particulam, ubi mobile ad B pervenerit, vis aliqua, impulſu unico, in ipſum agere ſupponatur;

tur; motumque illi communicare, quo ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem (priore ſublato motu) per rectam BE deferatur, in eo tempore quo deſcriberet rectam BC; & compleatur parallelogrammum CBED: conſtat (ex Cor. 2. Theor. 30.) mobile motu ex utroque compoſito, per diagonalem BD moveri; & in hac recta poſtea ſemper pergeret projectum, ſi nova nulla accederet vis ipſum ex propria ſemita detorquens; & aequali tempore ſpatium DF, ipſi BD aequale, conficeret. Verum ſi in puncto D, vis eadem, ſecunda vice, ſimili agat impulſu, quo mobile per ſpatium aequale FG deorſum in eo tempore deferatur; Motus mobilis ex utroque motu compoſitus, erit per rectam DG, quam in eodem tempore deſcribet mobile, quo abſque novo impulſu progrederetur per ſpatium DF. Si vero poſt tertiam temporis particulam, eadem vis rurſus agat; & mobile in G deorſum per ſpatium ipſi HI aequale impelleret; motus ex priore & hoc novo compoſitus erit ſecundum rectam GI, quam in quarta temporis particula deſcribet mobile: in I vero eadem urgente vi, mobile e ſemita GL in directionem IK detorquebitur, atque hac lege projectum motu ſuo polygonum ABDGIK deſcribet. Quod ſi diminuantur in infinitum ſingulae temporis particulae, quibus vim agere poſuimus, & augeatur ipſarum numerus, latera polygoni in infinitum minuentur, ipſorumque numerus in infinitum augebitur: ac proinde in Curvam vertetur Polygonum; hoc eſt, ſi vis

deorſum propellens talis ſit, ut conſtanter & indeſinenter agat, qualis eſt vis Gravitatis, mobile urgente hac vi in Curva deferetur.

THEOR. XLVII.

Projectum, cujus linea directionis horizonti parallela eſt, motu ſuo deſcribit lineam Parabolicam.

Sit Grave, vi quavis extrinſeca, Baliſta, *v. g.* Pulvere Pyrio, aut ſimili qualibet vi, ex puncto A projectum, cujus projectionis directio ſit horizontalis AD (ut Tab. 9. fig. 6.) Dico Gravis ſemitam fore curvam ſemiparabolicam. Nam ſi aer motui projecti minime obſtaret, neque adeſſet Gravitas, projectum motu aequabili procederet, in eadem ſemper directione; eſſentque tempora quibus percurruntur ſpatii partes AB, AC, AD, AE, ut ipſa ſpatia AB, AC, AD, AE reſpective. Accedente jam Gravitatis vi, & eodem tenore agente ac ſi mobile vi extrinſeca non impelleretur; continuo a recta AE deflectet, & ſpatia deſcenſus ſeu deviationes ab horizontali AE, eaedem erunt ac ſi perpendiculariter caderet. Quare ſi mobile, ſua Gravitate perpendiculariter cadens, tempore AB percurrat ſpatium AK; tempore AC deſcendet per AL, & tempore AD, per AM, eruntque ſpatia AK, AL, AM, ut quadrata temporum, hoc eſt ut quadrata rectarum AB, AC, AD, vel KF, LG, MH. At cum impetus ſecundum directionem horizonti parallelam idem ſemper maneat; (huic enim

enim vis Gravitatis, quae deorſum tantum corpora urget, minime contraria eſt) aequaliter promovebitur mobile ſecundum directionem horizonti parallelam, ac ſi Gravitas abeſſet: quare cum tempore A B percurrit mobile ſpatium aequale A B; cogente vero vi gravitatis deflectet a recta A B per ſpatium aequale A K, poſitaque B F aequali & parallela A K, in fine temporis A B erit Grave in F. Sic cum tempore A C percurrat mobile ſpatium, ſecundum directionem horizontalem, aequale A C, & in eo tempore deſcendat per ſpatium aequale A L, ſi fiat C G aequalis & parallela A L, in fine iſtius temporis erit mobile in G. Similiter, cum tempore A D ſecundum directionem horizontalem promoveatur Grave per ſpatium aequale A D, accedente Gravitate deſcendet interim per ſpatium aequale A M, poſitaque D H aequali A M, in fine temporis A D erit mobile in H. Semitaque projecti erit in curva A F G H: ſed quia quadrata rectarum K F, L G, M H ſunt interceptis A K, A L, A M proportionalia, erit curva illa A F G H ſemiparabola. Eſt itaque ſemita corporis Gravis ſecundum directionem A E projecti Curva ſemiparabolica. *Q. E. D.*

LEMMA.

Sit A D B (Tab. 9. fig. 7.) *curva talis, ut demiſſa, ex quovis ejus puncto C, ad A B perpendiculari C G, rectangulum ſub A G, G B aequale ſit rectangulo ſub C G, & data recta L, erit curva illa Parabola.*

Biſe-

Biſecetur A B in E, & erigatur perpendicularis D E; erit (ex hypotheſi) rectangulum ſub D E & L, aequale rectangulo ſub A E, E B, ſeu A E quadrato = (per 5. El. 2.) rectangulo ſub A G & G B + G E quad. = C G × L + G E quad. = F E × L + C F quad. quare erit rectang. ſub D F & L aequale C F quadrato, quae eſt proprietas parabolae. Si punctum *g* cadat in A B productam, quod fit ubi curva deſcendit infra AB, eadem parabola erit locus puncti *c*; nam (per 6. El. 2.) eſt E*g* quad. (=*ec* quad.) = rectang. ſub A*g*, *g*B + E B quad. = L × *cg* + L × D E = L × D*e*: quae eſt proprietas parabolae.

Cor. Eſt recta illa L *Latus rectum* ſeu *Parameter* parabolae.

Theor. XLVIII.

Linea curva, quae deſcribitur a Gravi, ſecundum directionem quamlibet ſurſum oblique projecto, parabolica eſt.

Sit A F (Tab. 9. fig. 8.) directio projectionis, utcunque ad horizontem A V inclinata. Depoſita Gravitatis actione, mobile in eadem recta motum ſuum ſemper continuaret (per legem naturae primam) & ſpatia A B, A C, A D, temporibus proportionalia deſcriberet. At accedente Gravitate, a via A F continuo deflectere cogitur, & in curva moveri, dico hanc curvam eſſe Parabolam. Ponamus Grave perpendiculariter cadens, tempore A B percurrere ſpatium A Q, tempore

tempore vero AC ſpatium AR, & tempore AD ſpatium AS, erunt ſpatia AQ, AR, AS ut quadrata temporum, vel ut quadrata rectarum AB, AC, AD. Quoniam vero mobile vi inſita (excluſa gravitate) tempore AB percurreret ſpatium AB, Gravitate vero interim ſe exerente, deſcenderet per ſpatium aequale AQ, liquet ſi in perpendiculo BG capiatur BM = AQ, locum Gravis in fine temporis AB, fore M. Similiter cum mobile, ex impetu primo impreſſo, tempore ut AC, percurrere debet ſpatium AC, at ex vi Gravitatis per ſpatium = AR interim deſcendere cogitur; ſi capiatur, in perpendiculo CH, CN = AR, erit N locus mobilis in fine temporis AC. Sic etiam poſito ſpatio DO, in perpendiculo DI, aequali AS, erit O locus mobilis in fine temporis AD; & deviationes BM, CN, DO a recta AF in temporibus AB, AC, AD ortae, aequales erunt ſpatiis AQ, AR, AS; ideoque erunt, ut quadrata rectarum AB, AC, AD. Per A ducatur horizontalis recta AP, ſemitae projecti occurrens in P. Ex P erigatur perpendiculum PE, lineae directionis occurrens in E; & ob aequiangula triangula ABG, ACH, ADI, AEP, quadrata rectarum AB, AC, AD, AE proportionalia erunt quadratis rectarum AG, AH, AI, AP; ideoque deviationes BM, CN, DO, EP quadratis rectarum AG, AH, AI, AP proportionales erunt. Rectis EP, AP tertia proportionalis ſit L recta; eritque (per 17. El. 6.) $L \times EP = AP$ quad. Eſt vero AP quad. : AG quad. : : EP : BM : : $L \times EP : L \times BM$; unde

cum

cum ſit L × E P = A P quad. erit L × B M = A G quad. Similiter erit L × C N = A H quad. & L × D O = A I quad. Quoniam autem eſt B G : A G : : (E P : A P : : ex hyp.) A P : L, erit L × B G = A G × A P = A G × A G + A G × G P = A G quad. + A G × G P. Oſtenſum autem eſt L × B M = A G quad. quare erit L × B G — L × B M = A G × G P, hoc eſt, L × M G = A G × G P: ſimili ratiocinio erit L × N H = A H × H P, & L × O I = A I × I P, ſicut etiam L × V K = A V × V P. Quare (per lemma praecedens) Curva A M N O P K, in qua movetur projectum, erit Parabola. *Q. E. D.*

Cor. 1. Recta L eſt Parabolae *Latus rectum* ad axem pertinens.

Cor. 2. Sit A H = H P & erit L × C N = A H quad. = L × N H. Unde erit N H = C N; ac proinde recta A F linea directionis projecti Parabolam tanget (per Prop. 33. libri primi Conicorum Apollonii.)

Cor. 3. Quoniam eſt A P = 2 A H; erit P E = 2 C H = 4 C N vel 4 N H.

Cor. 4. Si rectis P E, A E tertia proportionalis ſit *l*, erit *l Latus rectum*, ſeu *parameter* parabolae ad diametrum A S pertinens. Nam quoniam P E, A E, *l*, ſunt continue proportionales; erit *l* × P E = A E quadrato: eſt vero A E quad. ad A B quad. vel Q M quad. : : P E : B M vel A Q : : *l* × P E : *l* × A Q: quare cum ſit A E quad. = *l* × P E erit Q M quad. = *l* × A Q. Quare erit *l* parameter ad diametrum A S pertinens.

Cor.

Cor. 5. Eſt vero $l = PE + L = 4 NH + L$ = quadruplae altitudini Parabolae + L. Nam eſt $l \times PE = AE$ quad. = AP quad. + PE quad. = $L \times PE$ + PE quad. = $L + PE \times PE$. Quare erit $l = L + PE = L + 4 NH$.

Cor. 6. Si tempora AB, BC, CD fiant aequalia; erunt ſpatia horizontalia AG, GH, HI aequalia: hoc eſt, ſi Grave motu ſuo deſcribat parabolam, aequalibus temporibus ſecundum directionem horizonti parallelam aequaliter promovebitur; & in ſingulis Parabolae punctis idem manebit impetus horizontalis, qui fuit ab initio motus.

Cor. 7. Si mobile ex A (Tab. 9. fig. 9.) projectum, ſecundum directionem AE, deſcribat parabolam ACP, in puncto quolibet C *(per legem naturae primam)* ſecundum tangentem CG egredi conabitur, cum omni ea velocitate quam in puncto C habet, & per ſolam Gravitatem in curva parabolica retinetur. Quod ſi aliud Grave ex C ſecundum directionem CG, ea velocitate projiciatur quam habuit Grave ex A projectum in eodem puncto C; Grave illud alterum eandem parabolam CP deſcribet. In puncto enim C eadem eſt utriuſque Gravis directio, eadem velocitas, & eadem Gravitatis vis: quare utriuſque eadem erit ſemita.

Cor. 8. Hinc ſi Grave deorſum, ſecundum directionem ad horizontem obliquam, projiciatur; ſemita projecti erit curva parabolica.

THEOR.

THEOR. XLIX.

Impetus projecti, in diverſis Parabolae punctis, ſunt ut portiones tangentium inter duas rectas axi parallelas interceptae.

Deſcribat Grave Parabolam A B L (Tab. 9. fig. 10.) quam tangant in punctis A & B rectae AD, BE. Erunt impetus Gravis in punctis A & B, ut CD, BE portiones tangentium inter duas rectas axi parallelas interceptae. Nam ſi mobile in puncto A ſua Gravitate ſpoliaretur, egrederetur in tangentem AC, eodem impetu quem habet in puncto A. Sic etiam mobile in B, amiſſa Gravitate, per tangentem BE procederet, cum omni velocitate quam in puncto B habet. Verum in punctis A & B idem manet impetus horizontalis, (uti liquet per Cor. 6. praecedentis Theor.) ideoque mobile in A egrediens per tangentem AD, & in B per tangentem BE, aequalibus temporibus per aequalia ſpatia ſecundum lationem horizontalem promovebitur. Aequalibus igitur temporibus percurruntur CD in tangente AD, & BE in tangente BE; ſed velocitates, ſeu impetus mobilis, ſunt ut ſpatia aequalibus temporibus percurſa: quare impetus mobilis in A eſt ad ejuſdem impetum in B, ut CD ad BE. *Q. E. D.*

Cor. Si A ſit vertex parabolae, & producatur tangens donec axi occurat in G; erit impetus in A ad impetum in B, ut ordinata BH ad tangen-

tem

tem BG; eſt enim CD : BE : : CF : BF : : (*i. e.* ob Triangula CBF, BHG ſimilia) BH : BG.

Defin. Sit ACF (Tab. 10. fig. 1.) parabola, in cujus axe ultra verticem producto capiatur $GA = \frac{1}{4}$ Lateris recti. Linea GA dicitur *Sublimitas Parabolae.* Et ſi infra verticem capiatur $AD = AG$, & ordinetur DC ad axem, erit $DC = 2\,AD$ vel $2\,AG$; nam ex natura parabolae rectangulum ſub Latere recto & $AD = 4\,AD \times AD$, hoc eſt $4\,AD$ quad. $=$ DC quad. ideoque erit $2\,AD = DC$.

THEOR. L.

Si Grave ex ſublimitate parabolae decidat ad verticem uſque, motuſque cadendo acquiſitus, reflexione aliqua aut alio quovis modo, in horizontalem mutetur, ita ut de novo Grave incipiat motum deorſum; Grave projectum ipſam parabolam deſcribet.

Cadat Grave ex puncto G (Tab. 10. fig. 1.) ſublimitate parabolae ACF, & in A, per reflexionem aut aliam quamvis cauſam, motus cadendo acquiſitus in horizontalem per ABE mutetur: vel quod idem eſt, projiciatur Grave ſecundum directionem AE, ea velocitate quae acquiritur cadendo per GA, dico Grave illud parabolam ACF motu ſuo deſcribere. Sit $AD = AG$; eritque $DC = 2AG$. Ducatur CB ipſi AD parallela. Et ex alio quovis parabolae puncto F ducantur FH ad AE, & FE ad HA parallelae. Si abeſſet Gravitas, mobile

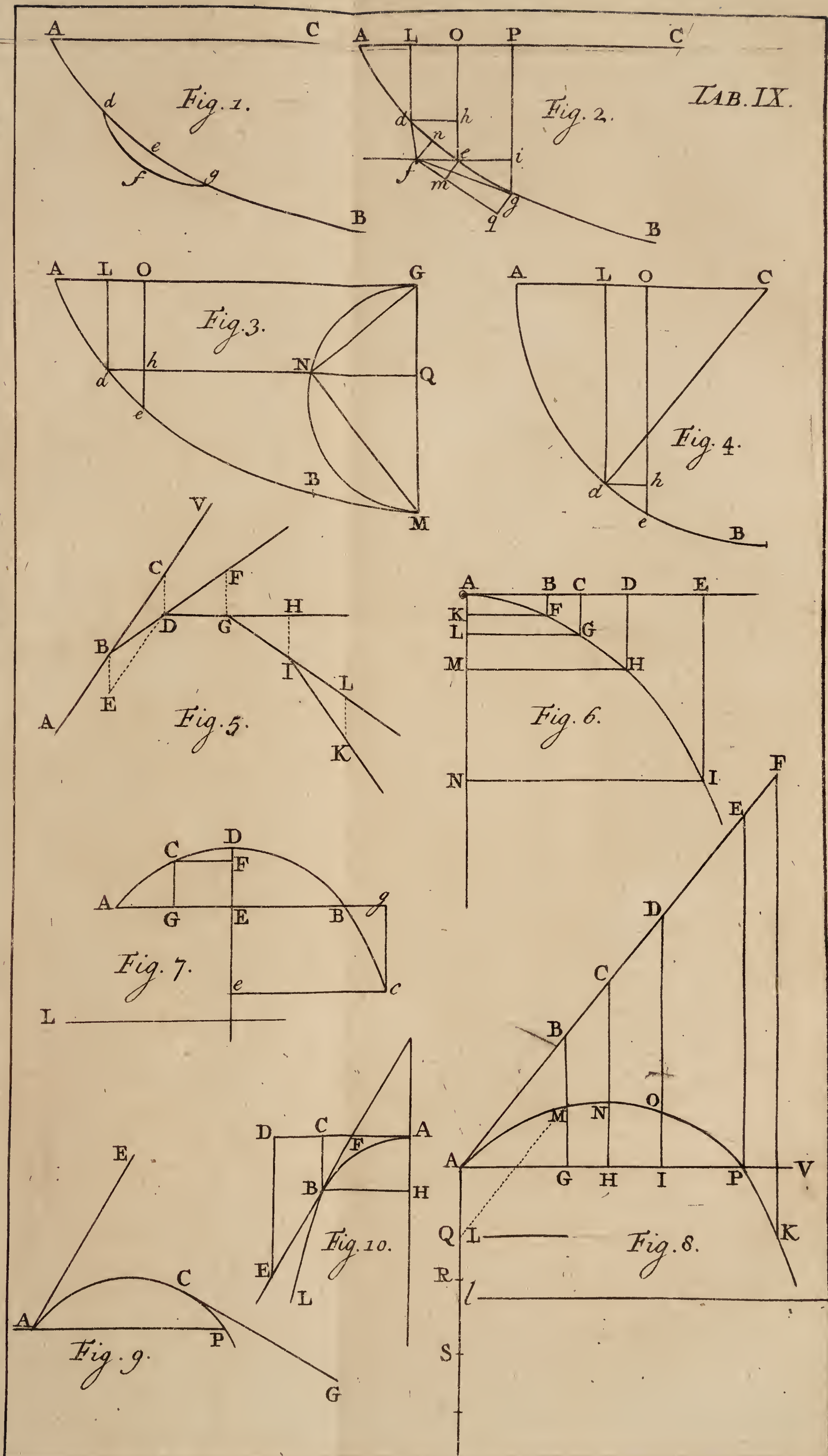
mobile ſecundum directionem AE projectum, velocitate quae acquiritur cadendo ex G in A, in eodem tempore per duplum GA latum eſſet; ideoque in eo tempore deſcriberet AB = DC = 2 GA. Sed mobile ob vim Gravitatis, incipiens in puncto A de novo deſcendere, in eodem tempore cadet per ſpatium BC = AG: quare motu ſuo tranſibit per punctum C in parabola. Porro ſupponatur mobile motu horizontali, (abſtrahendo ab illo qui ex Gravitate oritur) quodam tempore perveniſſe in E, ultra vel citra B; cumque motus ſecundum directionem horizonti parallelam aequabilis maneat, erunt AB, AE, ut tempora quibus percurruntur: ſed deſcenſus ſive deviationes mobilis a recta AE, ſunt ut quadrata temporum quibus fiunt: quare ob BC, EF quadratis rectarum AB, AE proportionales, cum C eſt locus Gravis in fine temporis AB, erit F ejuſdem locus in fine temporis AE; atque ſic ſemper Grave in parabola ACF reperietur.

Cor. Hinc Gravis, parabolam quamvis deſcribentis, velocitas in vertice, eſt ea quae acquiritur cadendo ex *Sublimitate Parabolae.*

LEMMA.

Sit BA (Tab. 10. fig. 2.) *parabola, cujus axis AF, ſublimitas AG, tangens quaelibet BC, ordinatim applicata BF, erit BF quad. : BC quad. : : GA : GF.*

Eſt


TAB. IX.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

Eſt enim (per 33. Libri primi Conicorum Apollonii) CF = 2 AF; & ex natura parabolae 4 GA × AF = BF quad. quare erit BF quad. : BC quad. : : 4 GA × AF : 4 GA × AF + CF quad. : : 4 GA × AF : 4 GA × AF + 4 AF quad. : : GA : GA + AF vel GF. *Q. E. D.*

Theor. LI.

Grave directe ſurſum projectum, eodem impetu quo aliud Grave oblique projicitur, aſcendet ad altitudinem aequalem altitudini & ſublimitati ſimul ſumtis ejus parabolae, quam oblique projectum motu ſuo deſcribet.

Projiciatur ex B (Tab. 10. fig. 3.) ſecundum directionem BC Grave, motu ſuo deſcribens parabolam BAM, cujus axis AF, vertex A, ſublimitas GA. Dico ſi idem vel aliud Grave, aequali impetu ex B projiciatur, directe ſurſum, illud aſcendere ad L; ut ſit BL aequalis FG altitudini & ſublimitati parabolae ſimul ſumtis. Per Cor. Theor. 49. Impetus Gravis in B eſt ad ejuſdem impetum in A, ut BC ad BF; ſed impetus acquiſitus cadendo ex G in F, eſt ad impetum acquiſitum cadendo ex G in A, in ſubduplicata ratione GF ad GA, hoc eſt (ob BC quad. : BF quad. : : GF : GA) ut BC ad BF. Quare erit impetus in B, ad impetum in A, ut impetus acquiſitus cadendo ex G in F, ad impetum acquiſitum cadendo ex G in A; ſed impetus Gravis in vertice A, eſt is qui acquiritur ca-

dendo ex G in A; quare ejuſdem impetus, ſeu velocitas in B, eſt ea quae acquiritur cadendo ex G in F, ſive ex L in B; quae altitudo aequalis eſt altitudini & ſublimitati parabolae ſimul ſumtis; ſed Grave ſurſum directe projectum eodem impetu, aſcendet ad L: quare ſi Grave directe ſurſum projiciatur eo impetu, quem habet aliud Grave deſcribens parabolam BAM in eodem puncto B, aſcendet ad altitudinem aequalem altitudini & ſublimitati parabolae ſimul ſumtis. *Q. E. D.*

Cor. 1. Si Grave cadat ex L in B, & manente impetu caſu acquiſito, reflectione aliqua, aut ſimili quovis modo, mutetur directio motus in rectam BC, vel BN; ita ut Grave de novo incipiat deſcendere, Grave motu ſuo parabolam SBAM deſcribet.

Cor. 2. Impetus in quovis parabolae puncto B, eſt is qui acquiritur cadendo per quartam partem Lateris recti pertinentis ad diametrum, quae per punctum illud ducitur. Eſt enim $LB = \frac{1}{4}L + KB$. Quare erit $4\,LB = L + 4\,KB =$ Lateri recto quod ad diametrum per B tranſeuntem pertinet, ut conſtat ex Cor. 5. Theor. 48.

Jactis fundamentis Doctrinae de Gravium projectione; antequam ad ſolutionem ſequentium problematum accedamus, convenit ut modum oſtendamus, quo Tormenta bellica, ſecundum quemlibet elevationis Gradum, dirigantur. Directio autem *Bombardi* eadem cenſenda eſt, cum directione vacui ſeu animae ejuſdem; nam accenſo pulvere pyrio, Globus emittitur ſecundum

con-

concavitatem *Bombardi* vel *Mortarii*: &, niſi adeſſet Gravitas, in illa recta producta pergeret, ideoque recta illa Tormenti directio eſt.

Quare ut Tormentum ad ſcopum dirigatur, non collimandum eſt ſecundum exterius metallum, cum Tormenta craſſiora ſunt verſus caudam quam juxta orificium, eo quod maxima eorum reſiſtentia fieri debet in ea parte, quae patitur maxime a pulvere pyrio; unde ut facillime dirigatur tormentum, additur aliquid orificio, (quod *Diſpart* vocatur) ut ejus craſſities aequetur craſſitiei caudae: collimatur deinceps per rectam animae Bombardi parallelam, atque modo praedicto Tormenta recta ad ſcopum diriguntur, cum muri dejiciendi ſunt, aut aliud quidvis efficiendum, ubi magnus requiritur impetus, & ſcopus non diſtat ultra 200 paſſus, & tormentum ſatis magnum eſt: in talibus jactibus praeter mox dicta, & experientiam de concedendo cuique Tormento debitam pulveris pyrii quantitatem, & Globo congruam, nullum inſuper artificium requiritur. Verum cum ſaepiſſime arces, aut hoſtes impetendi ſunt, qui ob nimiam diſtantiam recta collimando attingi non poſſunt, vel ubi urbium tecta per *Bombas* cadentes perrumpenda, & aedes accendendae ſunt, elevanda eſt machina Bellica, angulo ad horizontem inclinato: in quem finem opus erit regula ABCD (Tab. 10. fig. 4.) cui adhaeret parallelogrammum BEFD, in quo ſemicirculus in ſuos gradus diviſus inſcriptus eſt; ex cujus centro dependet filum pondere inſtructum: regulae autem extremum A in os machinae in-

inſerendum eſt, & in ſitu ad ejus axem parallelo regula detinenda eſt, atque ſic attollendum, aut deprimendum eſt Tormentum, donec perpendiculum CQ attingat, in ſemicirculi limbo, punctum K, gradum ſcil. elevationis deſideratae ab L verſus B numerandum: patet autem angulum LCK aequalem eſſe angulo CMN elevationis machinae; quia angulus MCN eſt utriuſque complementum ad rectum. Saepe parallelogrammo BEFD ſolum utuntur abſque regula, & latus BE ad os machinae applicant, quo fit ut perpendiculum CQ oſtendat gradum elevationis.

Defin. Per Impetum perpendiculo quovis AB (Tab. 10. fig. 5.) deſignatum, intelligimus impetum requiſitum ad projiciendum Grave propoſitum ex A ad altiſſimum punctum B perpendiculi AB, ſive quod idem eſt, impetum acquiſitum cadendo ex B in A; neque enim alia ratione impetus ſub certa & univerſali regula cadere poteſt, quam illum hoc modo per ſpatia determinando.

PROBL. VIII.

Dato impetu BA (Tab. 10. fig. 5.) *hoc eſt quantus eſt naturaliter cadentis ex B in A, dataque directione AI, ſeu angulo Elevationis DAI; oportet projectionis amplitudinem, altitudinem, totamque futurae projectionis ſemitam reperire.*

Ducantur ex A & B horizontales lineae AD, BL. Supra diametrum AB fiat ſemicirculus AFB,

A F B, qui lineam directionis A I ſecet in F; per F ducatur horizonti parallela E F; & producatur ad G, ita ut ſit G F = E F; itemque per G agatur perpendiculum L G D; vertice G per A deſcribatur parabola A G K; dico hanc eſſe ſemitam projecti, cujus directio eſt A I, & impetus A B; ideoque D G ſive A E erit projectionis altitudo. Dupla A D ſive quadrupla E F, erit ejuſdem amplitudo ſive jactus integer horizontalis, & B E ſive L G, erit ejuſdem parabolae ſublimitas. In triangulis A E F, I G F, ob angulos ad E & G rectos, & angulos A F E, G F I ad verticem aequales, item E F = G F, erit I G = A E = D G, ac proinde recta A I tanget parabolam. Et quoniam eſt A D = E G = 2 E F; erit A D quad. = 4 E F quad. = 4 B E × E A = 4 LG × GD = rectangulo ſub latere recto & GD; quare erit 4 L G = lateri recto parabolae, unde erit L G ejuſdem parabolae ſublimitas; quare (per cor. Theor. 51.) ſi Grave decidat ex B in A, & impetu caſu acquiſito ſecundum directionem A I projiciatur, parabolam A G K deſcribet.

Cor. Hinc manifeſtum eſt ex dato alicujus machinae impetu A B (Tab. 10. fig. 6.) circa quem deſcriptus ſit ſemicirculus A D B, dari altitudines & amplitudines omnium projectionum, quae ab eadem machina fieri poſſunt. Exempli gratia, manente ſemper eodem impetu AB, projectio facta ſecundum directionem AE, habet altitudinem AF, & amplitudinem quadruplam ipſius E F : ſimiliter jactus facti ſecundum directionem A D, altitudo erit A G, & amplitudo quadrupla ipſius

 GD;

GD; & ſic de caeteris. Unde ſi angulus elevationis DAK ſit ſemirectus, erit quadrupla GD amplitudo omnium maxima quae eodem impetu fieri poſſunt: & amplitudines projectionum aequaliter a projectione ſemirecta diſtantium, *verbi gratia*, ſecundum rectas AE, AC, (poſitis angulis DAE, DAC aequalibus) nimirum quadrupla EF & quadrupla HC, erunt aequales. Erit praeterea projectionis ſemirectae amplitudo $= 4 GD = 4 GB =$ lateri recto parabolae. Projectio vero perpendicularis ſurſum, hoc eſt impetus projectionis, aequabitur dimidiae amplitudini projectionis ſemirectae eodem impetu factae. Denique ad aequales jactus in plano horizontali faciendos, minor requiritur impetus in projectione ſemirecta; ſi enim non ſit minor impetu alterius projectionis, ſecundum aliam directionem factae, erit amplitudo projectionis ſemirectae major amplitudine alterius iſtius projectionis.

Cor. 2. Quoniam AK tangit circulum, erit (per 32. El. 3.) angulus ABE $=$ EAK angulo elevationis; ac proinde eſt angulus AGE ipſius EAK duplus: quare poſito GA dimidio impetus pro radio, erit EF (quarta pars amplitudinis) ſinus dupli anguli elevationis; & AF (altitudo projectionis) erit arcus AE ſeu dupli anguli elevationis ſinus verſus; & FB (parabolae ſublimitas) erit ſinus verſus arcus BE, ſeu complementi dupli anguli elevationis ad duos rectos.

PROBL.

PROBL. IX.

Datis amplitudine AK (Tab. 10. fig. 7.) *& angulo directionis CAK; invenire projectionis impetum, & altitudinem AI.*

Capiatur AD, pars quarta amplitudinis; & erigantur perpendicula DC, AB; fiatque angulus ACB rectus. Dico AB eſſe projectionis impetum; & DC eſſe ejuſdem altitudinem. Nam quoniam angulus ACB rectus eſt, ſemicirculus diametro AB deſcriptus tranſibit per C; unde (per corol. 1. Problematis praecedentis) projectio cujus directio AC & impetus AB motu ſuo deſcribet parabolam AMK, cujus altitudo eſt DC vel AI, & quarta pars amplitudinis eſt AD; quare viciſſim projectum cujus directio eſt AC & quarta pars amplitudinis AD, impetum habebit AB, & altitudinem DC. *Q. E. D.*

Cor. Hinc ex dato cujuſvis machinae quovis jactu horizontali, e data elevatione facto; reperire licet altitudinem jactus perpendiculariter ſurſum facti, nimirum machinae impetum, qui quidem, in majoribus Tormentis, excedit quamlibet perpendicularem altitudinem, ad quam aſcendere hominibus conceditur. Dato vero impetu, dabitur amplitudo & altitudo jactus ex alia quavis elevatione facti, unde dignoſci poteſt num dato Tormento, ſcopus, cujus diſtantia cognita eſt, attingi poterit.

Cor. 2. Si AD, quarta pars amplitudinis, ponatur radius, erit altitudo DC tangens anguli elevationis. Ut ſcopus, in data diſtantia horizontali, percutiatur, praeſtat eundem ſemper retinere angulum directionis, ſemirectum nempe, & impetum augere, vel minuere, donec ſcopus attingatur. Nam machina ad hunc angulum elevata, minimus requiritur impetus ad ſcopum feriendum, ideoque in hiſce jactibus faciendis maxime pulveri pyrio parcitur: accedit quod circa hanc elevationem jactus ſit omnium certiſſimus; cum error unius, aut duorum graduum vix ſenſibilem in projectione producet errorem.

Probl. X.

Datis impetu & amplitudine, invenire directionem & altitudinem jactus.

Sit impetus AB (Tab. 11. fig. 1.); quarta pars amplitudinis datae ſit AD. Supra diametrum AB, deſcribatur ſemicirculus ACEB, & erigatur normalis DCE, ſemicirculum ſecans in punctis C & E, dico utramque directionem ſive AC, ſive AE, parabolam deſignare, cujus amplitudo erit AK, quadrupla AD. Nam projectiones factae cum impetu AB, juxta directionem AC vel AE, amplitudinem habent AK quadruplam ipſius FC, vel GE, (per Probl. 8.): altitudo vero poteſt eſſe, vel AF, vel AG, ut patet. Quod ſi normalis DC circulo in unico puncto occurrat, hoc eſt, ipſum tangat, parabola unica erit de-

deſcripta, projectione ſemirecta, & amplitudo propoſita erit maxima quam dato impetu attingere licet. Si perpendicularis DC ſemicirculo non occurrat, problema erit impoſſibile.

Cor. Si habeatur machinae cujuſvis impetus (inventus per Cor. Probl. praecedentis, ex quovis jactu horizontali) licebit ope hujus Probl. talem machinae tribuere directionem, ut ſcopus in data diſtantia horizontali poſitus feriatur, & ex duabus directionibus propoſito aptis, a directione ſemirecta aequaliter remotis, magis idoneam eligere.

SCHOLIUM.

Praecedentium trium Problematum converſa, ex ſupradictis facillime, & nullo negotio ſolvuntur; ſcil. ex data altitudine & amplitudine, impetum & directionem invenire. Item ex datis impetu & altitudine, directionem & amplitudinem invenire, & denique datis directione & altudine, amplitudinem invenire: ita ut hiſce diutius immorari inutile ſit.

Probl. XI.

Propoſitum ſit, rationem invenire inter durationem projectionis factae perpendiculariter ſurſum, & alterius cujuſvis cujus idem eſt impetus.

Sit AF (Tab. 10. fig. 8.) projecti impetus, ſive projectio ſurſum facta, & A B C projectio ex alia qualibet

qualibet elevatione AG. Circa diametrum AF, deſcribatur ſemicirculus, directionem A G ſecans in G: dico durationem projectionis directe ſurſum, ſive tempus aſcenſus per AF, & deſcenſus per eandem, eſſe ad durationem projectionis in parabola ABC, ſicut AF ad AG. Tempus lationis ex A in B aequale eſt tempori lationis ex B in C: ideoque tempus per ABC duplum eſt temporis lationis ex B in C; ſed tempus lationis ex B in C aequale eſt tempori deſcenſus liberi in perpendiculo BD; quoniam motus progreſſivus nullo modo impedit deſcenſum a Gravitate oriundum: ideoque tempus projectionis per ABC duplum eſt temporis deſcenſus per BD vel per aequalem EA; ſic etiam tempus aſcenſus & deſcenſus per FA, ſive tempus projectionis directe ſurſum, duplum eſt temporis deſcenſus per FA: quare tempus projectionis ſurſum erit ad tempus projectionis in parabola ABC; ut tempus deſcenſus per FA, ad tempus deſcenſus per EA, hoc eſt in ſubduplicata ratione FA ad EA, vel ob FA, AG, EA continue proportionales, ut FA ad AG. *Q. E. D.*

Cor. Durationes projectionum, pari impetu, ſecundum diverſas directiones AG, AH factarum, ſunt in ratione chordarum AG, AH. Quod ſi AF ponatur radius, erit AG ſinus anguli AFG, qui aequalis eſt angulo elevationis machinae, ideoque eſt tempus projectionis directe ſurſum, ad tempus projectionis in parabola, ut radius ad ſinum anguli directionis.

SCHO-

SCHOLIUM.

Omnia Problemata circa Gravium projectiones, in plano horizontali factas; ope Tabularum Sinuum & Tangentium facillime reſolvuntur.

Proponatur AK (Tab. 10. fig. 7.) amplitudo horizontalis alicujus Tormenti majoris, ad datum angulum CAK elevati, quaeritur altitudo projectionis, & machinae impetus. In triangulo ADC fiat ut radius ad tangentem anguli elevationis, ita AD quarta pars amplitudinis datae, ad altitudinem DC: item fiat ut ſinus anguli elevationis ad radium, ita altitudo inventa DC, ad AC, quae proinde dabitur: & in rectangulo triangulo BCA, fiat ut ſinus anguli ABC (qui aequalis eſt elevationis angulo,) ad radium; ita AC ad AB impetum, qui proinde innoteſcet. Dato vero impetu, dabitur tempus projectionis perpendicularis. Eſt vero tempus projectionis perpendicularis ad tempus projectionis ſecundum AC, ut AB ad AC; ſive ut radius ad ſinum anguli elevationis: ac proinde per Tabulas Sinuum, tempus projectionis ſecundum AC innoteſcet. Hinc etiam, ex dato tempore projectionis cujuſvis, ſecundum datam elevationem factae, dabitur tempus alterius cujuſvis projectionis, eodem impetu factae. Eſt enim ut ſinus elevationis projectionis, cujus tempus eſt notum, ad ſinum alterius elevationis, ita tempus notum projectionis unius ad tempus alterius, quod pro-

inde

inde notum erit. Ex data vero amplitudine unius projectionis, ſecundum datam directionem factae, dabitur amplitudo projectionis ſecundum aliam quamvis directionem factae. Nam, poſito dimidio impetus pro radio, quarta pars amplitudinis eſt ſinus dupli anguli elevationis, ac proinde amplitudines ſunt ut horum angulorum ſinus. Quare ſi innoteſcat amplitudo ſecundum directionem A G (Tab. 10. fig. 8.) dabitur amplitudo ſecundum directionem A H; fiat enim ut ſinus dupli anguli C A G, ad ſinum dupli anguli H A C, ita amplitudo projectionis ſecundum A G, ad amplitudinem projectionis ſecundum directionem A H. Quod ſi ex datis impetu, & amplitudine horizontali, quaeratur elevatio correſpondens; illa ex eodem principio facile innoteſcet. Nam conſtat ex Cor. 2. Probl. 8. duplum impetus eſſe amplitudinem projectionis ſemirectae. Sed ſinus elevationum duplicatarum ſunt ut amplitudines; quare fiat ut duplum impetus ad amplitudinem datam, ita ſinus dupli anguli ſemirecti, hoc eſt, ſinus nonaginta graduum ſeu radius, ad alium; qui erit ſinus duorum arcuum, quorum unus eſt alterius complementum ad ſemicirculum: atque hi duo arcus dimidiati dabunt duas elevationes, quibus data amplitudo attingi poteſt.

Non ſemper Tormenta bellica ita explodenda ſunt, ut globus praeciſe in eodem horizontali plano incidat; ſed ſaepe ſcopus eſt altior Tormento, aut depreſſior; quare in ſequenti Proble-

mate,

mate, methodus tradenda eſt, qua ſcopus ſupra vel infra horizontem, attingendus eſt.

PROBL. XII.

Data baſi Parabolae, unoque puncto, per quod ipſa tranſit; directionem, ſemitam & impetum projectionis invenire.

Sit AC (Tab. 11. fig. 2.) baſis Parabolae, & punctum B ſcopus feriendus: ex B in AC demittatur perpendicularis BD; rectis BD, AD, DC quarta proportionalis capiatur L; erit L latus rectum parabolae: biſecetur AC in E, & ex E erigatur perpendiculum EF; rectis L & AE tertia proportionalis ſit EG; erit G vertex parabolae: & ſi producatur EG ita ut ſit GF = GE, & ducatur AF, erit FAE angulus directionis machinae. Eſtque impetus, quo projiciendum eſt Grave, aequalis $EG + \frac{1}{4} L$. Quoniam eſt BD ad AD ut DC ad L; erit $L \times BD$ = rectangulo ſub AD & DC, ideoque (per Cor. Theor. 48.) eſt L latus rectum parabolae, per B tranſeuntis, cujus baſis eſt AC. Et quoniam L, AE & EG proportionales ſunt, erit $L \times EG$ = AE quad. ideoque erit G vertex parabolae. Vertice igitur G & latere recto L deſcripta parabola erit ſemita projectionis Gravis, quod punctum B feriet. Eſtque impetus projectionis aequalis $EG + \frac{1}{4} L$; angulus vero elevationis eſt FAE. *Q. E. I.*

Eodem

Eodem modo procedendum eſt, ſi punctum *b* ſit infra horizontem: ſi enim ex *b* in AC productam demittatur perpendicularis *b d*, & ipſius *bd*, A*d*, *d*C quarta proportionalis capiatur L, erit L latus rectum parabolae per *b* tranſeuntis.

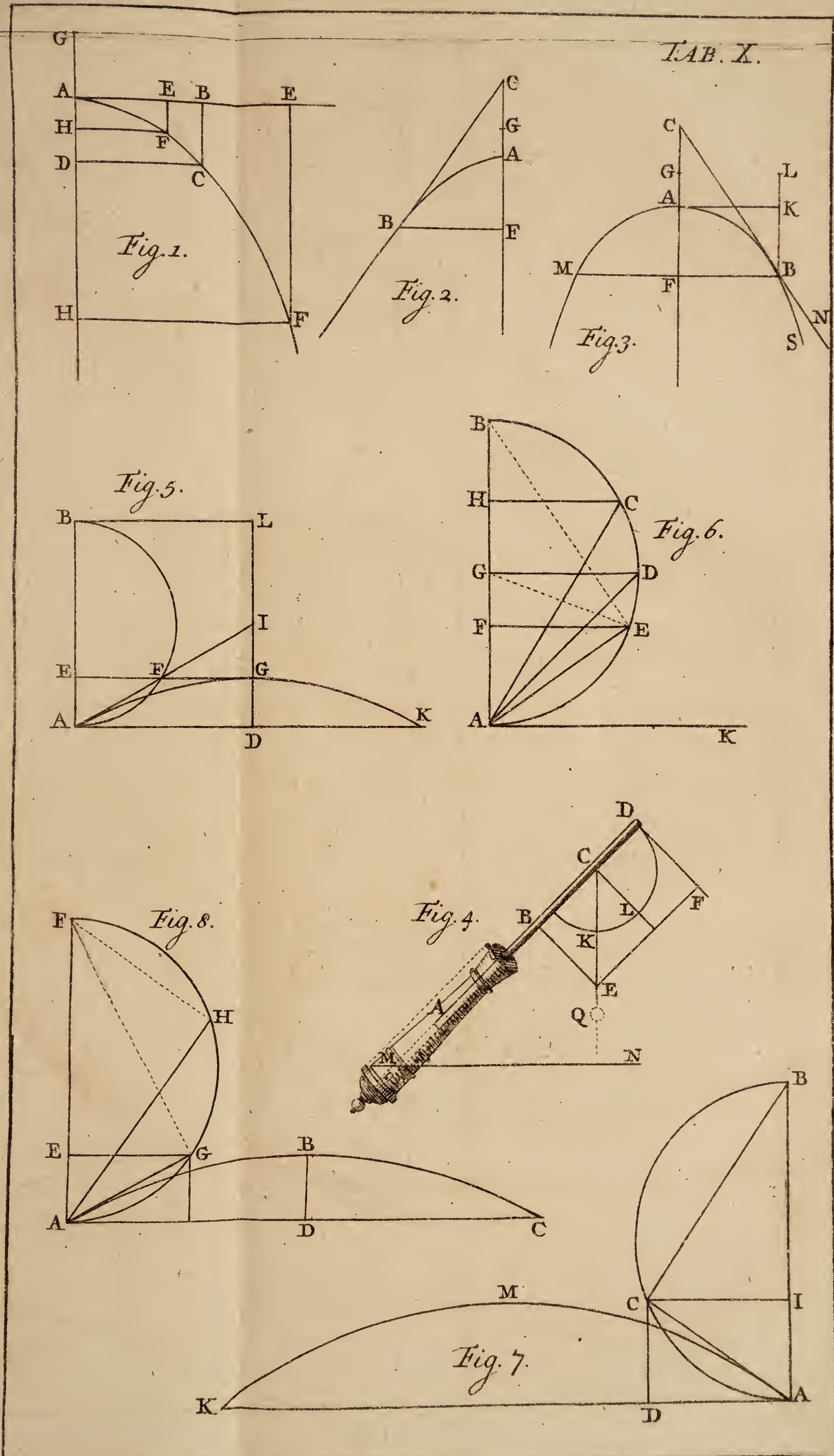
Cor. Poſito AE radio, erit EF, vel dupla EG, tangens anguli elevationis, ideoque ſi fiat ut AE data ad datam EF, ita radius ad tangentem anguli FAE, dabitur angulus elevationis.

PROBL. XIII.

Dato impetu, invenire directionem, ſecundum quam projectum Grave datum punctum quodvis attingat.

Sit impetus datus M (Tab. 11. fig. 3.); punctum per quod tranſire debet projectum, ſit B, cujus diſtantia AB a puncto A datur: ex B in horizontalem AC demittatur perpendicularis BD, in qua producta capiatur DG = 2M, & centro G intervallo GB deſcribatur circulus, quem in B tangat recta BK = AB: ex K ſuper BK erigatur perpendicularis KH circulo in duobus punctis H, H occurrens, ex quibus in diametrum LB demittantur perpendiculares HE, HE, ducanturque rectae AE, AE, quae erunt duae directiones propoſito ſatisfacientes; hoc eſt, projectum ſecundum directionem AE emiſſum cum impetu M, per punctum B tranſibit. Eſt enim AD quad. + BD quad. = AB quad. = BK quad.

TAB. X.



quad. = EH quad. = (ex natura circuli) LE × EB = LB × EB — EB quad. = 4 M × EB — 2 DB × EB — EB quad. Quare erit 4 M × EB = (AD quad. + BD quad. + 2 DB × EB + EB quad. = AD quad. + DE quad. =) AE quad. Sed parabola deſcripta a Gravi ſecundum directionem AE projecto, cum impetu M, ita ſecabit rectam DE, ut ſit 4 M × EB = AE quad. (uti patet ex Cor. 2. Theor. 51.) quare punctum B eſt in eadem parabola: & Grave, cum impetu M, ſecundum directionem AE projectum, per B tranſibit. *Q. E. D.*

Cor. Si HK (Tab. 11. fig. 4.) in uno ſolummodo puncto, circulo occurrat; hoc eſt, ſi circulum tangat; unica erit directio propoſito inſerviens. Quod ſi non omnino circulo occurrat, Problema erit impoſſibile, hoc eſt, punctum B dato impetu attingi non poteſt. Ideoque ſi KH circulum tangat, erit impetus ille omnium minimus, quo datum punctum attingi poteſt. Eritque in eo caſu BK ſeu AB = BE vel BG = 2 M — DB; ideoque BE + BD ſeu DE = 2 M, impetus igitur minimus, quo datum punctum attingi poteſt, aequalis erit dimidiae DE = $\frac{AB + BD}{2}$; & poſito DA radio, erit DE tangens anguli EAD, hoc eſt anguli elevationis. Quare ſi fiat ut AD ad DE, ſive ad AB + BD; ita radius ad quartam proportionalem; dabitur tangens anguli directionis, ſecundum quam ſi fiat projectio, impetu omnium minimo attingitur punctum B.

Sed

Sed angulus ille directionis facilius multo habetur, biſecando angulum N A B, perpendiculo A N & recta A B comprehenſum. Recta enim A E, hunc angulum biſecans, erit projectionis directio. Nam quoniam impetus eſt minimus, erit A B aequalis E B; ac proinde angulus B A E aequalis erit angulo B E A = N A E (ob D E, A N parallelas;) ideoque directio projectionis impetu minimo factae angulum N A B biſecabit. Quare ſi Tormento figatur ſpeculum, cujus planum perpendiculare ſit ipſius Tormenti axi ſeu lineae directionis; radius incidens B A in perpendiculum A N reflectetur, atque ope hujus ſpeculi nullo negotio dirigetur Tormentum ut ſcopus impetu minimo attingatur. Elevanda enim aut deprimenda eſt machina, quoad imago puncti B, facta per ſpeculum planum, in perpendiculo N A videatur: nam ob angulum B A E incidentiae aequalem angulo reflectionis N A E, erit angulus N A B biſectus, ac A E erit directio machinae, cum punctum B impetu minimo attingendum eſt.

C L A-

CLARISSIMI *HUGENII* THEOREMATA DE VI CENTRIFUGA ET MOTU CIRCULARI DEMONSTRATA.

SEquentium Theorematum demonſtrationes, primus ego literato orbi impertivi; auctor enim abſque demonſtratione illa emiſerat: poſtea vero a Gallis *quibuſdam eadem Theoremata, ſed mutato ordine, demonſtrata ſunt; & nunc ipſius Auctoris demonſtrationes concinnae admodum, noſtris vero prolixiores, inter ejus opera poſthuma proſtant. Cum vero ſcientiae de Motu partem haud ignobilem conſtituunt haec Theoremata, placuit ipſorum demonſtrationes huic rurſus operi annectere; ut videat Reſpublica literaria quantum Philoſophia Mechanica per Geometriam promovenda ſit.*

Defin. 1. Vis centripeta eſt vis illa, qua mobile aliquod de motu rectilineo continuo retrahitur, & verſus centrum aliquod perpetuo urgetur. Nam cum juxta ſatis notam naturae legem, cor-

pus omne ſemel motum, ſecundum eandem rectam ſemper uniformiter progredi nitatur, patet nullum mobile poſſe orbitam aliquam motu ſuo deſcribere, niſi vi quadam in orbita illa detineatur. *Ex. gr.* Rotetur mobile uniformi cum motu in peripheria circuli ACE; (Tab. 11. fig. 5.) quod ubi ad A pervenit, ſublata vi illa qua in orbita detinetur, progrederetur ſecundum Tangentem AB, & in infinitum excurreret: quo itaque in peripheria detineatur, opus eſt ut vis aliqua continuo agat, quaeque aequipolleat vi in A agenti corpus verſus D per ſpatium aequale BC, interea dum mobile vi inſita per ſpatium indefinite exiguum AB progrederetur: nam hac ratione hiſce viribus conjunctis deſcribet mobile lineam AC (per Theor. 30.) Vis haec, ſive ſit actio fili detinentis, ſive cohaerentia cum alio corpore gyrante, ſive oriatur a gravitate aut attractione quacunque, vis Centripeta dici poteſt.

2. Vis Centrifuga eſt reactio ſeu reſiſtentia quam exercet mobile ne a via ſua deflectere cogatur, quaque motum ſuum in eadem directione continuare conatur; eſtque, uti reactio actioni, vi centripetae ſemper aequalis & contraria: ea ex vi inertiae materiae oritur, & cum corpus in peripheria circuli gyrans, ope fili ne excurrat detinetur; per vim illam centrifugam tenditur filum, quod filum eodem relaxandi ſe conatu aequaliter urgebit corpus verſus centrum, & centrum verſus corpus.

Cum vis centripeta proportionalis eſt ſpatio, quod corpus urgente illa vi in dato tempore deſcribit,

ſcribit, liquet tam vim centripetam quam centrifugam poſſe per lineolas naſcentes B C vel *b c* repraeſentari: nam dum corpus tangentem A B indefinite exiguam deſcribit, ſpatium quod urgente vi centripeta interea percurret, erit aequale B C. Demonſtravimus autem (Lect. 4.) in lineolis naſcentibus ſeu infinite parvis A B, A C, eſſe B C infinite minorem A B vel A C: unde vis centripeta vel centrifuga erit infinite minor quam vis inſita ſeu excurſoria A B.

LEMMA I.

In circulo ſubtenſae anguli contactus evaneſcentes ſive infinite parvae ſunt in duplicata ratione arcuum conterminorum.

Sint arcus illi A C, A*c* (Tab. 11. fig. 6.) ſubtenſae ad tangentem perpendiculares, B C, *b c*; ducatur diameter A D, & ad diametrum perpendiculares C*m*, *cn*; & erit B C : *b c* : : A*m* : A*n* : : A*m* × A D : A*n* × A D. Eſt vero (per 8. El. 6.) A D : A C : : A C : A*m*, & A D : A*c* : : A*c* : A*n*; quare erit A D × A*m* = A C*q* & A D × A*n* = A*cq* : quare eſt etiam B C : *bc* : : A C*q* : A*c q*. *Q. E. D.*

Cor. Hinc (propter A D : A C : : A C : A*m* vel B C) eſt $BC = \frac{ACq}{AD}$.

Hoc lemma in omnibus curvis primi generis univerſaliter demonſtravit egregius Newtonus.

THEOR. I.

Si duo mobilia aequalia, aequalibus temporibus, circumferentias inaequales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia ad vim centrifugam in minore, ſicut ipſae inter ſe circumferentiae vel earum diametri.

Percurrat mobile A (Tab. 11. fig. 7.) circumferentiam ACH, & eodem tempore mobile *a* circumferentiam *ach*, ſintque AC, *ac*, arcus minimi ſimul deſcripti. Quia utraque peripheria aequali tempore percurritur, arcus illi erunt ſimiles, & proinde figura ABC ſimilis erit figurae *abc*; quare BC : *bc* :: AC : *ac* :: periph. ACH : periph. *ach*. Sed conſtat ex ſuperiore definitione eſſe vim centrifugam mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut BC ad *bc*. Quare erit vis centrifuga mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut periph. ACH ad periph. *ach*, ſive ut illius diameter ad diametrum hujus. *Q. E. D.*

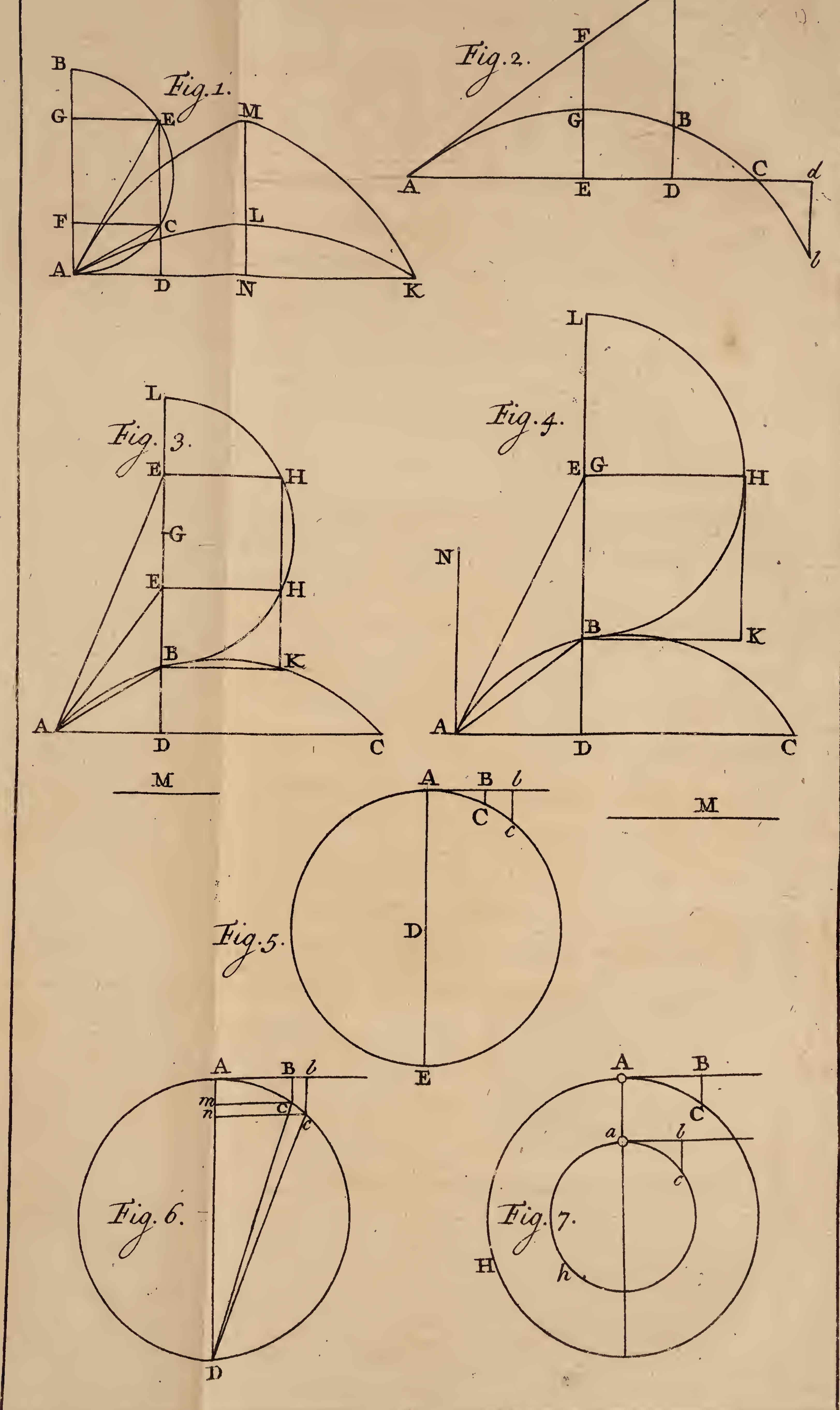
Cor. Hinc vice verſa ſi vires centrifugae ſint ut diametri, tempora periodica erunt aequalia.

THEOR. II.

Si duo mobilia aequalia aequali celeritate ferantur in circumferentiis inaequalibus, erunt eorum vires centrifugae in ratione contraria diametrorum.

Sint AC, *ac* (Tab. 12. fig. 1.) arcus minimi ſimul deſcripti, qui ob aequalem in utroque mobili

TAB: XI.


Fig. 1.
B G E F C A D N M L K
Fig. 2.
H F G B A E D C d b
Fig. 3.
L E H G E H B K A D C
M
Fig. 4.
L E G H N B K A D C
M
Fig. 5.
A B b C c D E
Fig. 6.
A B b m n c c D
Fig. 7.
A B C a b c H h

bili velocitatem, aequales erunt. Fiat arcus A*m* ſimilis arcui *ac*, & ducatur *lm* ad BC parallela; & erit vis centrifuga in majori circumferentia ad eam quae eſt in minore ut lineola naſcens BC ad naſcentem *bc*; Sed eſt BC ad *bc* in ratione compoſita ex BC ad *lm* & *lm* ad *bc*; & ex praecedenti lemmate eſt BC ad *lm* ut AC*q* ad A*mq*, & eſt *lm* ad *bc* ut A*m* ad *ac* vel AC. Quare erit BC : *bc* : : AC*q* : A*mq* + A*m* : *ac* : : AC*q* : A*mq* + A*mq* : A*m* × *ac* : : AC*q* vel *acq* : A*m* × *ac* : : *ac* : A*m*, hoc eſt, ut tota periph. *ach* ad totam periph. ACH, ſive ut diameter *ah* ad diametrum AH. *Q. E. D.*

Theor. III.

Si duo mobilia aequalia in circumferentiis aequalibus ferantur, ſed utraque motu aequabili, (qualem in his omnibus intelligi volumus) erit vis centrifuga velocioris ad vim tardioris in ratione duplicata celeritatum.

Sunt enim vires centrifugae ut ſubtenſae evaneſcentes anguli contactus, quae (per hactenus demonſtrata) in eodem vel aequalibus circulis ſunt in duplicata ratione arcuum conterminorum: ſed arcus contermini, cum ſint ſpatia ſimul deſcripta, ſunt ut velocitates; quare vires centrifugae ſunt in duplicata ratione velocitatum. *Q. E. D.*

Theor. IV.

Si mobilia duo aequalia in circumferentiis inaequalibus circumlata, vim centrifugam aequalem habuerint;

buerint; erit tempus circuitus in majori circumferentia, ad tempus circuitus in minori in ſubdupla ratione diametrorum.

Sint AC, *ac* (Tab. 12. fig. 1.) arcus minimi ſimul deſcripti; quia vires centrifugae aequales ſunt, erit $BC = bc$. Dicatur tempus quo deſcribitur periph. ACH, T, & tempus quo deſcribitur periph. *a c h*, *t*: fiat arcus A *m* ſimilis arcui *a c*, & ponamus mobile aliquod eodem tempore percurrere circumferentiam ACHA, quo percurritur circumferentia *a c h a*; & in eo caſu arcus in utraque peripheria ſimul deſcripti erunt A *m*, *a c*; ſed eſt velocitas mobilis in dato aliquo tempore percurrentis arcum A *m*, ad velocitatem mobilis eodem tempore percurrentis arcum AC, ut arcus A *m* ad arcum AC; ideoque cum tempus, quo eadem peripheria percurritur, eſt ſemper reciproce ut velocitas, erit $T : t :: Am : AC$, & $T^2 : t^2 :: Amq : ACq :: ml : BC :: ml : bc$: hoc eſt, ob arcum A *m* ſimilem arcui *a c*, ut diameter AH ad diametrum *a h*; unde conſtat eſſe $T : t :: \surd AH : \surd ah$. *Q. E. D.*

Schol. Cum in omni caſu vis centrifuga eſt ad vim centrifugam ut BC ad *b c*, eſt vero $BC = \frac{ACq}{AH}$ & $bc = \frac{acq}{ah}$, erit vis centrifuga ad vim centrifugam ut $\frac{ACq}{AH}$ ad $\frac{acq}{ah}$; hoc eſt, ut quadrata arcuum ſimul deſcriptorum ad circulorum diametros applicata; & cum arcus illi ſunt ut velocitates,

citates, erunt vires centrifugae etiam ut velocitatum quadrata ad circulorum diametros applicata.

LEMMA II.

Si mobile in circumferentia circuli revolvatur, ſpatium quod mobile recta progrediens, & urgente ſolummodo vi centrifuga ex motu illo circulari orta, in dato tempore percurreret, erit tertium proportionale circuli diametro & arcui, quem ſi in circumferentia circuli latum eſſet eodem tempore deſcriberet.

Sit AC (Tab. 12. fig. 1.) arcus quilibet in minima aliqua temporis particula deſcriptus, & deſignet n tempus quodlibet ſeu numerum quemlibet iſtiuſmodi particularum; erit $n \times AC$ arcus quem mobile in peripheria latum in dato tempore n deſcribet, & BC ſpatium quod in prima temporis iſtius particula, urgente vi centrifuga, percurreret. Cum autem mobile omne, vi eadem in eandem ſemper plagam continuata, deſcribat ſpatia in duplicata ratione temporum (per Cor. 3. Theor. 17. Lect. 11. quippe quaecunque de gravitate demonſtrata ſunt, ea cuilibet alii vi uniformiter agenti applicari poſſunt) erit ſpatium urgente vi centrifuga in tempore n deſcriptum $= n^2 \times BC$. Sed (ut conſtat ex lemmate primo) eſt AH : AC :: AC : BC, & ut AC ad BC ita $n \times AC$ ad $n \times BC$; quare eſt AH ad AC ut $n \times AC$ ad $n \times BC$, & ducendo conſequentes in n, erit AH ad $n \times AC$ ut $n \times AC$ ad $n^2 \times BC$, hoc eſt,

diameter circuli, arcus in dato tempore deſcriptus, & ſpatium quod urgente vi centrifuga in eodem tempore percurritur, ſunt continue proportionalia. *Q. E. D.*

Cor. Si diameter circuli dicatur D, & arcus in quolibet tempore a mobili deſcriptus vocetur A, ſpatium quod mobile urgente vi centrifuga & recta progrediens eodem tempore deſcriberet erit $\frac{A2}{D}$; ſunt enim D, A, $\frac{A2}{D}$ continue proportionales.

THEOR. V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur, ea celeritate quam acquirit cadendo ex altitudine quae ſit quartae parti diametri aequalis, habebit vim centrifugam ſuae gravitati aequalem; hoc eſt, eadem vi funem quo in centro detinetur intendit, atque cum in eo ſuſpenſum eſt.

Vocetur diameter circuli D, & peripheria P: & cum (ex hypotheſi) velocitas mobilis in peripheria lati uniformis ſit, & aequalis illi quam acquirit cadendo per $\frac{1}{4}$ D, liquet quod mobile aequali tempore in peripheria latum deſcriberet arcum illius duplo aequalem (per Theorema 17. Lect. 11.) hoc eſt $= \frac{1}{2}$ D; unde (ex lem. 2.) ſpatium ab impellente vi centrifuga interea percurſum erit $= \frac{1}{4}$ D: eſt enim D ad $\frac{1}{2}$ D ut $\frac{1}{2}$ D ad $\frac{1}{4}$ D; ſed (ex hypotheſi) ſpatium quod mobile urgente vi gravitatis eodem tempore deſcribit eſt

etiam

etiam $\frac{1}{4}$ D. Quare cum ſpatia a duabus hiſce viribus eodem tempore percurſa ſunt aequalia, erunt quoque vires illae aequales.

Cor. 1. Hinc vice verſa, ſi mobile in circumferentia latum habeat vim centrifugam ſuae gravitati aequalem, ejus velocitas eſt ea quae acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ D.

Cor. 2. Hinc tempus circuitus eſt ad tempus deſcenſus per $\frac{1}{4}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D, ſive ut 2 P ad D. Nam quo tempore mobile cum velocitate accelerata percurrit $\frac{1}{4}$ D, cum velocitate ultimo acquiſita uniformiter motum percurret $\frac{1}{2}$ D: ac proinde cum velocitates ſunt aequales, erunt tempora ut ſpatia percurſa; hoc eſt, tempus quo mobile percurrit peripheriam eſt ad tempus quo deſcribit $\frac{1}{2}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D, ſive ut 2 P ad D; ſed tempus quo deſcribitur $\frac{1}{2}$ D eſt = tempori caſus per $\frac{1}{4}$ D: unde erit tempus circuitus ad tempus caſus perpendicularis per $\frac{1}{4}$ D ut 2 P ad D.

Theor. VI.

In cava ſuperficie conoidis parabolici, *quod axem ad perpendiculum erectum habeat, circuitus omnes mobilis circumferentias horizonti parallelas percurrentis, ſive parvae ſive magnae fuerint, aequalibus temporibus peraguntur: quae tempora ſingula aequantur binis oſcillationibus penduli, cujus longitudo ſit dimidium lateris recti parabolae genetricis.*

Sit

Sit HGADE (Tab. 12. fig. 2.) conoides parabolicum, cujus axis AP ad perpendiculum erigitur; GD, HE, diametri circulorum, quorum peripherias horizonti parallelas mobile percurrit; quod igitur urgebitur a tribus potentiis ſibi mutuo aequipollentibus ſecundum tres diverſas directiones, quarum prima eſt vis gravitatis impellens mobile ſecundum rectam HN ad horizontis planum perpendicularem; ſecunda eſt vis centrifuga orta ex motu circulari, mobile urgens ab H verſus K; tertiae vero potentiae ſupplet vicem reſiſtentia ſeu contranitentia ſuperficiei parabolicae ſecundum lineam HP ſibi perpendicularem agens, nam reactio actioni ſemper aequalis eſt, & fit in plagam contrariam: unde cum ſuperficies perpendiculariter a mobili premitur, haec aequaliter reaget in corpus ſecundum directionem HP, & contranitentia illa aequipollet potentiae ſecundum directionem HP mobile urgenti: quare cum mobile a tribus hiſce potentiis ſuſtinetur, erunt neceſſario ſibi mutuo in aequilibrio, *i. e.* binae quaevis alterius effectum deſtruent. Unde ducta ON ad HK parallela cum HN occurrente in N, ſi OH repraeſentet contranitentiam ſuperficiei parabolicae, recta ON exponet vim centrifugam, & HN vim gravitatis mobilis: ſed ob aequiangula triangula HON, HMP, eſt ON ad HN ut HM ad MP, hoc eſt, erit vis centrifuga mobilis peripheriam circuli HME deſcribentis ad vim gravitatis ejuſdem ut HM radius circuli ad MP ſubperpendicularem. Similiter in quavis alia peripheria GLD in ſuperficie conoidis, vis centrifuga

trifuga mobilis ipſam deſcribentis eſt ad vim gravitatis ut G B radius ad B Q ſubperpendicularem. Porro quoniam eſt vis centrifuga mobilis peripheriam H M E percurrentis, ad vim gravitatis ut H M ad M P, & vis gravitatis ejuſdem mobilis eſt ad ejus vim centrifugam cum peripheriam G L D, percurrit ut B Q ad B G, ſive (ex natura parabolae) ut M P ad B G; erit *ex aequo* vis centrifuga mobilis peripheriam H M E percurrentis ad vim ejus centrifugam cum percurrit peripheriam G L D, ut H M ad B G; hoc eſt, vires centrifugae ſunt ut ſemidiametri vel diametri circulorum, unde (per Corol. Theor. 1.) tempora periodica aequantur. Quod primo erat demonſtrandum.

Accipiatur jam circulus G L D talis ut ejus diameter G D ſit aequalis lateri recto parabolae H A E; unde (ex natura parabolae) erit G B = B Q, ideoque vis centrifuga mobilis in peripheria G L D aequalis erit vi gravitatis; eſt igitur (per Cor. praec.) velocitas mobilis in peripheria G L D ea quae acquiritur cadendo per ſpatium aequale $\frac{1}{4}$ G D, vel (ex natura parabolae) per B A. Fiat jam O S T cyclois, cujus axis vel diameter circuli generatoris S R ſit aequalis A B, & erit tempus deſcenſus per cycloidem O S ad tempus caſus perpendicularis per axem R S vel per B A, ut $\frac{1}{2}$ P ad D (per Theor. 46. Lect. 15.) Sed (per Cor. praec.) eſt tempus deſcenſus per A B ad tempus circuitus in periph. G L D ut D ad 2 P; quare *ex aequo* tempus deſcenſus per cycloidem O S eſt ad tempus circuitus in periph. G L D ut $\frac{1}{2}$ P ad

ad 2 P, ſive ut 1 ad 4; unde tempus quatuor deſcenſuum per cycloidem, ſive tempus binarum oſcillationum in cycloide, aequatur tempori circuitus in peripheria GLD. Eſt vero tempus binarum oſcillationum in cycloide aequale tempori binarum oſcillationum minimarum in circulo, qui cum cycloide aequicurvus eſt ad verticem S; eo quod portio iſtiuſmodi circuli & portio cycloidis ad verticem S fere coincidunt, & proinde eundem in rebus phyſicis praeſtant effectum, ut jam ſatis notum eſt. Sed radius circuli aequicurvi cum cycloide ad verticem S, vel quod idem eſt, radius circuli oſculantis cycloidem ad verticem aequalis eſt duplae RS vel duplae AB, (ut facile ex Cor. Theor. 46. Lect. 15. ſequitur) ideoque longitudo penduli in circulo illo oſcillantis aequalis eſt duplae AB ſive dimidio lateris recti parabolae genetricis. Unde tempus binarum oſcillationum minimarum penduli, cujus longitudo eſt dimidium lateris recti, aequale eſt tempori binarum oſcillationum in cycloide OST, vel tempori circuitus in peripheria GLD, vel in periph. HME. *Q. E. D.*

Cor. Hinc ſi mobile in circumferentia circuli ea celeritate feratur, quae acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ diametri, tempus circuitus aequale erit tempori binarum oſcillationum minimarum penduli, cujus longitudo eſt ſemidiameter circuli.

THEOR. VII.

Si mobilia duo ex filis inaequalibus ſuſpenſa gyrentur ita ut circumferentias horizonti parallelas percurrant,

percurrant, capite altero fili utriuſque immoto manente, fuerint autem conorum, quorum ſuperficies fila hoc motu deſcribunt, altitudines aequales, tempora quoque circulationum aequalia erunt.

Sit ABE (Tab. 12. fig. 3.) conus ille, cujus ſuperficiem deſcribat filum AB; item ADL conus, cujus ſuperficiem deſcribat filum AD; ſitque C centrum baſis utriuſque coni, & AC communis eorum altitudo. Conſideretur jam mobile B tanquam a tribus potentiis ſibi mutuo aequipollentibus tractum, quarum una, quae eſt vis gravitatis, trahit mobile per rectam BG ad horizontis planum perpendicularem; altera ſecundum directionem B*m* agens eſt vis centrifuga, qua mobile a centro ſuae orbitae C recedere conatur; tertia vero quae hiſce duabus aequipollet & reſiſtit, eſt contranitentia fili ſecundum directionem AB agens: eſt enim reſiſtentia fili loco potentiae contrariae, ac eundem in hoc caſu praeſtat effectum. Si ergo BF repraeſentet actionem fili, vis mobilis centrifuga & vis gravitatis exponentur per rectas FG & BG (per Theor. 33. Lect. 14.) hoc eſt, vis centrifuga mobilis B erit ad vim gravitatis ut FG ad BG, ſive (propter triangula aequiangula FBG, ABC,) ut BC ad CA. Eodem modo erit vis gravitatis ad vim centrifugam mobilis D ut AC ad DC: quare *ex aequo* erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis D ut BC ad DC; hoc eſt, vires centrifugae ſunt ut ſemidiametri circulorum quorum circumferentias mobilia deſcribunt, ac proinde

inde (per Cor. Theor. 1.) tempora circulationum ſunt aequalia. *Q.E.D.*

Cor. Hinc vis centrifuga eſt ad vim gravitatis ut ſemidiameter baſis coni ad coni altitudinem.

Not. per vim gravitatis & vim centrifugam nos in hac demonſtratione intelligere vires acceleratrices mobilium, niſi mobilia ponantur aequalia, in quo caſu poſſunt etiam ſumi vires abſolutae.

THEOR. VIII.

Si duo mobilia, uti prius, motu conico gyrentur, filis aequalibus vel inaequalibus ſuſpenſa, fuerintque conorum altitudines inaequales; erunt tempora circumlationum in ſubduplicata ratione ipſarum altitudinum.

Sint duo mobilia B & G (Tab. 12. fig. 4.) ſintque primo coni ABD, EGH, quorum ſuperficies fila deſcribant, ſimiles; (per Corol. Theorem. 7.) erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut BC ad AC; & erit vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis ut GF ad FE; ſed (propter aequiangula triangula ABC, GEF) BC eſt ad AC ut GF ad FE, quare erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis, ac proinde vires illae centrifugae aequales erunt; erunt igitur (per Theorem. 4.) tempora circuitus mobilium in ſubduplicata ratione ſemidiametrorum, hoc eſt (propter aequiangula triangula ABC, EGF) in ſubduplicata ratione altitudinum AC

&

& EF. Sed qualeſcunque ſunt coni quos fila deſcribunt, modo eorum altitudines invariatae maneant, tempora circulationum etiam invariata manebunt; quare in omni caſu conſtat veritas hujus Theorematis. *Q. E. D.*

Theor. IX.

Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat; eorum ſingulorum tempora ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli altitudine eam rationem habent, quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde aequalia ſunt tempori duarum oſcillationum lateralium ejuſdem penduli minimarum.

Sit ADB (Tab. 12. fig. 5.) conus, cujus ſuperficiem deſcribit filum; ejus altitudo ſit A*c* fere = AB, quia circuitus ſunt minimi. Semidiametro GH = A*c* deſcribatur circulus GLFO, atque in ejus peripheria ponatur mobile revolvi celeritate quae acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ ſuae diametri ſive $\frac{1}{4}$ D. Per Theor. 5. erit ejus vis centrifuga vi gravitatis aequalis; ſed eſt vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis, ac proinde ad vim centrifugam mobilis in periph. GLF lati, ut B*c* ad A*c* ſive GH: quare mobilia B & G, cum vires centrifugae ſunt ut radii, tempora circulationum aequalia habebunt (per Cor. Theor. 1.) Eſt vero tempus deſcenſus per GF ſive D ad tempus deſcenſus per $\frac{1}{4}$ D ut D ad $\frac{1}{2}$ D (per Cor. 3. Theor. 17. Lect. 11.) & eſt tempus deſcenſus per

$\frac{1}{4}$ D

$\frac{1}{4}$ D ad tempus circuitus in periph. GLF ut $\frac{1}{2}$ D ad P: quare *ex aequo* erit tempus deſcenſus per D ad tempus circuitus in periph. GLF, ſive ad tempus circuitus penduli AB*c*D ut D ad P. Pars poſterior Theorematis liquet ex corollario Theor. 6.

Cor. Hinc cum tempus caſus perpendicularis eſt in ſubduplicata ratione ſpatii a gravi cadente percurſi, erit tempus deſcenſus ex altitudine penduli ad tempus circulationis minime ut $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$ ad P.

THEOR. X.

Si mobile in circumferentia feratur, circuituſque ſingulos abſolvat eo tempore, quo pendulum longitudinem ſemidiametri circumferentiae ejus habens, motu conico circuitum minimum abſolveret, vel duplicem oſcillationem minimam lateralem; habebit vim centrifugam ſuae gravitati aequalem.

Quia mobilia B, G (Tab. 12. fig. 5.) ex hyp. aequali tempore circuitus ſuos abſolvunt, erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis G ut B*c* ad GH ſive B*c* ad A*c*; eſt vero ut B*c* ad A*c* ita vis centri fugamobilis B ad vim gravitatis (per cor. Theor. 7.) quare (per 9. El. 5.) erit vis centrifuga mobilis G aequalis vi gravitatis. *Q. E. D.*

THEOR.

Theor. XI.

Penduli cujuſlibet motu conico lati, tempora circuitus aequalia erunt tempori caſus perpendicularis, ex altitudine penduli filo aequali; cum angulus inclinationis fili ad planum horizontis fuerit Graduum 2. ſcrup. 54. proxime: exacte vero, ſi anguli dicti ſinus fuerit ad radium ut quadratum circulo inſcriptum ad quadratum a circumferentia ejus.

Sit pendulum, cujus filum deſcribat ſuperficiem conicam CAD (Tab. 12. fig. 6.) talem, ut ſit ſinus anguli ACE ad radium (hoc eſt AE ad AC) ut $\frac{1}{2}D^2$ ad P^2. Sit item AFG ſuperficies coni, quem penduli filum motu minimo lati deſcribit, cujus proinde altitudo AB=AF=AC. Erit (per Theor. 8.) tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione AB ſive AC ad AE; eſt vero ut AC ad AE, ita (ex hypoth.) P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$; quare erit tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$, hoc eſt, in ratione P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$. Eſt vero ut P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$ ita (per Cor. Theor. 9.) tempus circulationis minimae, hoc eſt, tempus circulationis mobilis F ad tempus caſus perpendicularis ex penduli altitudine; quare tempus circuitus mobilis F eandem habet proportionem ad tempus circuitus mobilis C, quam habet ad tempus caſus perpendicularis ex altitudine aequali longitudini

dini penduli; ac proinde (per 9. El. 4.) tempus circuitus mobilis C aequale erit tempori caſus perpendicularis ex altitudine aequali longitudini penduli. *Q. E. D.*

Cum autem eſt P ad D circiter ut 314 ad 100, erit P^2 ad $\frac{1}{2}$ D^2 ut 98596 ad 5000. Eſt autem AC ad AE (ex prius demonſtratis) ut P^2 ad $\frac{1}{2}$ D^2; quare eſt 98596 ad 5000 ut AC ad AE: & ut AC ad AE ita (per trigonometriam) eſt ſinus anguli AEC, ſeu radius 100000, ad ſinum anguli ACE; eſt autem ut 98596 ad 5000 ita 100000 ad 5070, qui igitur eſt ſinus anguli ACE, cui quamproxime reſpondent gradus 2, ſcrupula 54.

THEOR. XII.

Si pendula duo pondere aequalia, ſed inaequali filorum longitudine, motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines aequales, erunt vires quibus fila ſua intendunt, in eadem ratione, quae eſt filorum longitudinis.

Conſtat ex Theor. 7. Nam vis gravitatis eſt in utroque cono ad tenſionem fili ut altitudo coni ad longitudinem fili; cumque eadem eſt conorum altitudo, patet tenſiones filorum eſſe filorum longitudinibus proportionales. *Q. E. D.*

THEOR. XIII.

Si pendulum ſimplex oſcillatione laterali maxima agitetur, hoc eſt, ſi per totam circuli quadrantem deſcendat, ubi ad punctum imum circumferentiae

rentiae pervenerit, tripla majori vi filum ſuum trahet, quam ſi ex illo ſimpliciter ſuſpenſum foret.

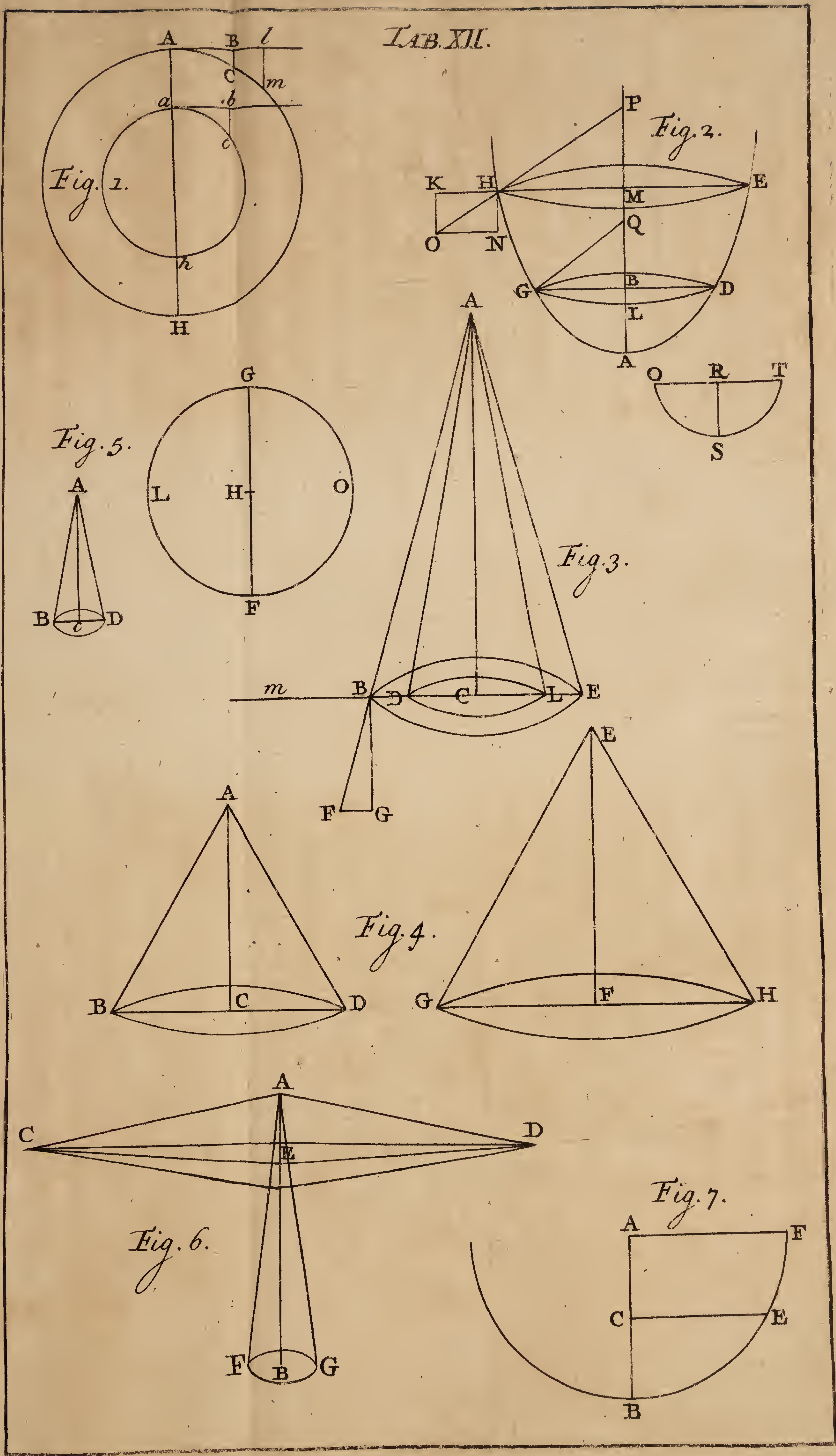
Sit pendulum A B (Tab. 12. fig. 7.) per quadrantem F B motum, biſecetur A B in C, per quod ducatur C E ad A B perpendicularis, circumferentiae occurrens in E. Si pendulum ſolummodo per arcum E B deſcenderet, acquireret in puncto B eandem velocitatem, ac ſi per C B $\frac{1}{4}$ diametri deſcendiſſet (per Corol. 1. Theor. 38. Lect. 15.) ideoque (per Theor. 5.) habebit in puncto B vim centrifugam ſuae gravitati aequalem: & proinde gravitas & vis centrifuga ſimul junctae dupla majori vi filum trahent, quam ſi ſola adeſſet gravitas. Si vero pendulum elevetur ad F, poſt deſcenſum ad B, eandem acquiret velocitatem, ac ſi per A B cecidiſſet. Eſt vero A B ad B C in duplicata ratione velocitatis acquiſitae in deſcenſu per A B ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per B C; quare etiam erit A B ad B C (per Theor. 3.) ut vis centrifuga mobilis in puncto B poſt deſcenſum per F B ad vim centrifugam in puncto B poſt deſcenſum tantum per E B; ideoque vis centrifuga mobilis poſt deſcenſum per F B dupla erit vis centrifugae poſt caſum per E B; hoc eſt, vis centrifuga in puncto B poſt caſum per F B dupla erit vis gravitatis; quare filum a vi centrifuga & vi gravitatis, ſimul & ſecundum eandem directionem agentibus, tripla majori vi trahitur, quam ſi a ſola gravitate tenderetur. *Q. E. D.*

F I N I S.

Lately printed in Octavo.

LYSIAE Athenienſis Orationes Graece et Latine, ex Interpretatione et cum brevibus Notis *Joannis Taylori*, in Uſum Studioſae Iuventutis.

An Eſſay on the Origin of EVIL, by Dr. *William King*, late Lord Archbiſhop of *Dublin*. Tranſlated from the Latin with large Notes, by EDMUND LAW, M. A. Fellow of *Chriſt* College. The third Edition.


Tab. XII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.